C.S (P)-09

DO NOT OPEN THIS TEST BOOKLET UNTIL YOU ARE ASKED TO DO SO

T.B.C. : P-DTQ-J-NBU

TEST BOOKLET SERIES

Serial **No.** 0006413

A

TEST BOOKLET
MATHEMATICS

Time Allowed : Two Hours ***Maximum Marks : 300***

INSTRUCTIONS

1. IMMEDIATELY AFTER THE COMMENCEMENT OF THE EXAMINATION, YOU SHOULD CHECK THAT THIS TEST BOOKLET DOES ***NOT*** HAVE ANY UNPRINTED OR TORN OR MISSING PAGES OR ITEMS, ETC. IF SO, GET IT REPLACED BY A COMPLETE TEST BOOKLET.
2. ENCODE CLEARLY THE TEST BOOKLET SERIES **A, B, C** OR **D** AS THE CASE MAY BE IN THE APPROPRIATE PLACE IN THE ANSWER SHEET.
3. You have to enter your Roll Number on the Test Booklet in the Box provided alongside. ***DO NOT*** write ***anything else*** on the Test Booklet.
4. This Test Booklet contains **100** items (questions). Each item is printed both in **Hindi** and **English**. Each item comprises four responses (answers). You will select the response which you want to mark on the Answer Sheet. In case you feel that there is more than one correct response, mark the response which you consider the best. In any case, choose ***ONLY ONE*** response for each item.
5. You have to mark all your responses ***ONLY*** on the separate Answer Sheet provided. See directions in the Answer Sheet.
6. All items carry equal marks.
7. Before you proceed to mark in the Answer Sheet the response to various items in the Test Booklet, you have to fill in some particulars in the Answer Sheet as per instructions sent to you with your Admission Certificate.
8. After you have completed filling in all your responses on the Answer Sheet and the examination has concluded, you should hand over to the Invigilator ***only the Answer Sheet.*** You are permitted to take away with you the Test Booklet.
9. Sheets for rough work are appended in the Test Booklet at the end.
10. **Penalty for wrong answers :**

    THERE WILL BE PENALTY FOR WRONG ANSWERS MARKED BY A CANDIDATE IN THE OBJECTIVE TYPE QUESTION PAPERS.

    (i) There are four alternatives for the answer to every question. For each question for which a wrong answer has been given by the candidate, **one-third (0·33)** of the marks assigned to that question will be deducted as penalty.

    (ii) If a candidate gives more than one answer, it will be treated as a **wrong answer** even if one of the given answers happens to be correct and there will be same penalty as above to that question.

    (iii) If a question is left blank, i.e., no answer is given by the candidate, there will be **no penalty** for that question.

DO NOT OPEN THIS TEST BOOKLET UNTIL YOU ARE ASKED TO DO SO

ध्यान दें : अनुदेशों का हिन्दी रूपान्तर इस पुस्तिका के पिछले पृष्ठ पर छपा है ।

1. $16 \sin^5 \theta$ equals to which one of the following ?

(a) $\sin 5\theta + 5 \sin 3\theta + 10 \sin \theta$

(b) $\sin 5\theta - 5 \sin 3\theta + 10 \sin \theta$

(c) $\sin 5\theta - 5 \sin 3\theta - 10 \sin \theta$

(d) $\sin 5\theta + 5 \sin 3\theta - 10 \sin \theta$

2. If α, β, γ are the roots of the equation $x^3 - 2x + 5 = 0$, then what is the value of $(\alpha - \beta)(\alpha - \gamma) + (\beta - \gamma)(\beta - \alpha) + (\gamma - \alpha)(\gamma - \beta)$?

(a) 2

(b) 4

(c) 5

(d) 6

3. If $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ are the roots of the equation $px^4 + qx^3 + rx^2 + sx + t = 0$, then what is the value of $\Sigma(\alpha\beta)^{-1}$?

(a) r/p

(b) p/r

(c) r/t

(d) None of the above

4. If P represents the variable point z and if $|2z - 1| = 2|z|$ then what is the locus of P ?

(a) Circle

(b) Straight line

(c) Ellipse

(d) Hyperbola

5. What is the equivalent binary number of decimal $(11{\cdot}8125)_{10}$?

(a) 1011·1101

(b) 1010·1101

(c) 1011·100011

(d) 1101·10001

6. Let f be a mapping from the set X to set Y. Let A_1 and A_2 be the arbitrary subsets of X and let B_1 and B_2 be the arbitrary subsets of Y. Which one of the following does ***not*** necessarily hold ?

(a) $f(A_1 \cap A_2) = f(A_1) \cap f(A_2)$

(b) $f(A_1 \cup A_2) = f(A_1) \cup f(A_2)$

(c) $f^{-1}(B_1 \cap B_2) = f^{-1}(B_1) \cap f^{-1}(B_2)$

(d) $f^{-1}(B_1 \cup B_2) = f^{-1}(B_1) \cup f^{-1}(B_2)$

7. What is the value of

$$[1 + \cos(\pi/n) + i \sin(\pi/n)]^n \; [1 + \cos(\pi/n) - i \sin(\pi/n)]^{-n},$$

where $n \in \mathbb{Z}^+$ and $n \neq 1$?

(a) 1

(b) 2

(c) −1

(d) −2

8. What is the value of a for which the equations $x^3 + ax + 1 = 0$ and $x^4 + ax^2 + 1 = 0$ have a common root ?

(a) 2

(b) −2

(c) 1

(d) −1

9. Consider the set S of all real numbers except −1 and the binary operation $*$ on S defined by $a * b = a + b + ab$.

Consider the equation $2 * x * 2 * 2 = 2$ in S.

Which one of the following is correct ?

(a) The equation has no solution in S

(b) The equation has a solution which is a positive integer

(c) The solution is a positive rational number

(d) The equation has a negative solution

1. $16 \sin^5 \theta$ निम्नलिखित में से किसके बराबर है ?

(a) $\sin 5\theta + 5 \sin 3\theta + 10 \sin \theta$

(b) $\sin 5\theta - 5 \sin 30 + 10 \sin \theta$

(c) $\sin 5\theta - 5 \sin 3\theta - 10 \sin \theta$

(d) $\sin 5\theta + 5 \sin 3\theta - 10 \sin \theta$

2. यदि समीकरण $x^3 - 2x + 5 = 0$ के मूल α, β, γ हैं, तो $(\alpha - \beta)(\alpha - \gamma) + (\beta - \gamma)(\beta - \alpha) + (\gamma - \alpha)(\gamma - \beta)$ का मान क्या है ?

(a) 2

(b) 4

(c) 5

(d) 6

3. यदि समीकरण $px^4 + qx^3 + rx^2 + sx + t = 0$ के मूल $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ हैं, तो $\sum (\alpha\beta)^{-1}$ का मान क्या है ?

(a) r/p

(b) p/r

(c) r/t

(d) उपरिलिखित में से कोई नहीं

4. यदि P चर बिन्दु z को निरूपित करता है और यदि $|2z - 1| = 2|z|$ तो P का बिन्दुपथ क्या है ?

(a) वृत्त

(b) सरल रेखा

(c) दीर्घवृत्त

(d) अतिपरवलय

5. दशमलव $(11{\cdot}8125)_{10}$ की समतुल्य द्वि-आधारी संख्या क्या है ?

(a) 1011·1101

(b) 1010·1101

(c) 1011·100011

(d) 1101·10001

6. मान लीजिए समुच्चय X से समुच्चय Y का कोई प्रतिचित्रण f है । मान लीजिए X के स्वेच्छ उपसमुच्चय A_1 और A_2 हैं तथा Y के स्वेच्छ उपसमुच्चय B_1 और B_2 हैं । निम्नलिखित में से किसका सत्य होना आवश्यक ***नहीं*** है ?

(a) $f(A_1 \cap A_2) = f(A_1) \cap f(A_2)$

(b) $f(A_1 \cup A_2) = f(A_1) \cup f(A_2)$

(c) $f^{-1}(B_1 \cap B_2) = f^{-1}(B_1) \cap f^{-1}(B_2)$

(d) $f^{-1}(B_1 \cup B_2) = f^{-1}(B_1) \cup f^{-1}(B_2)$

7. जब $n \in \mathbb{Z}^+$ और $n \neq 1$ तो

$$[1 + \cos(\pi/n) + i \sin(\pi/n)]^n \quad [1 + \cos(\pi/n) - i \sin(\pi/n)]^{-n}$$

का मान क्या है ?

(a) 1

(b) 2

(c) −1

(d) −2

8. a का वह मान क्या है जिसके लिए समीकरण $x^3 + ax + 1 = 0$ और $x^4 + ax^2 + 1 = 0$ का एक उभयनिष्ठ मूल है ?

(a) 2

(b) −2

(c) 1

(d) −1

9. विचार कीजिए कि समुच्चय S में −1 के अतिरिक्त सभी वास्तविक संख्याएँ हैं और S पर द्वि-आधारी संक्रिया * को $a * b = a + b + ab$ से परिभाषित किया गया है । समीकरण $2 * x * 2 * 2 = 2$ का विचार S में करिए ।

निम्नलिखित में से कौनसा सही है ?

(a) समीकरण का S में कोई हल नहीं है

(b) समीकरण का एक हल है जो कि एक धनात्मक पूर्णांक है

(c) हल एक धनात्मक परिमेय संख्या है

(d) समीकरण का एक ऋणात्मक हल है

10. In the group $(G, +_6)$, where $G = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ and $+_6$ is addition modulo 6, what is the inverse of $(2 +_6 3^{-1} +_6 4)$?

(a) 0

(b) 2

(c) 3

(d) 5

11. Consider the following statements :

1. $\{[1], [3], [5]\}$ is a subgroup of $\{[1], [2], [3], [4], [5], [6]\}$ under multiplication modulo 7.

2. If G is a group of order 5, it has no proper subgroup.

Which of the statements given above is/are correct ?

(a) 1 only

(b) 2 only

(c) Both 1 and 2

(d) Neither 1 nor 2

12. Consider the following sets :

1. $\mathbb{Z}^+$

2. $\{a + b\sqrt{2} : a, b \in \mathbb{Z}\}$

3. The set of purely imaginary numbers ir for $r \in \mathbb{R}$.

Which of the above sets are rings under usual addition and multiplication ?

(a) 1 only

(b) 2 only

(c) 3 only

(d) 2 and 3

13. Consider the following permutations on $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$:

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & 4 & 5 & 6 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & 1 & 3 & 6 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\mu = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 2 & 4 & 3 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

Which of the following is/are correct ?

1. $\sigma^6 = \tau^3$

2. $\mu^2 = \sigma^6$

Select the correct answer using the code given below :

(a) 1 only

(b) 2 only

(c) Both 1 and 2

(d) Neither 1 nor 2

14. Let $\mathbf{C}^*$ denote the multiplicative group of non-zero complex numbers. Let G_1 be the cyclic subgroup generated by $1 + i$ and G_2 be the cyclic subgroup generated by $(1 + i)/\sqrt{2}$. Which one of the following is correct ?

(a) Both G_1 and G_2 are infinite groups

(b) G_1 is finite, but G_2 is infinite group

(c) G_2 is finite, but G_1 is infinite group

(d) Both G_1 and G_2 are finite groups

10. समूह $(G, +_6)$ में, $G = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ और $+_6$ से 6 का सापेक्ष योग बताया गया है । $(2 +_6 3^{-1} +_6 4)$ का व्युत्क्रम क्या है ?

(a) 0

(b) 2

(c) 3

(d) 5

11. निम्नलिखित कथनों पर विचार कीजिए :

1. 7 के सापेक्ष गुणन के अधीन $\{[1], [2], [3], [4], [5], [6]\}$ का एक उपसमूह $\{[1], [3], [5]\}$ है ।

2. यदि G कोई समूह है जिसका समूहांक 5 है, तो उसका कोई उचित उपसमूह नहीं है ।

उपरिलिखित कथनों में से कौन सा/से कथन सही है/हैं ?

(a) केवल 1

(b) केवल 2

(c) 1 और 2 दोनों

(d) न तो 1 और न ही 2

12. निम्नलिखित समुच्चयों पर विचार कीजिए :

1. $\mathbb{Z}^+$
2. $\{a + b\sqrt{2} : a, b \in \mathbb{Z}\}$
3. शुद्ध काल्पनिक संख्याओं ir का समुच्चय जहाँ $r \in \mathbb{R}$.

उपरिलिखित में से कौनसे समुच्चय सामान्य योग और गुणन के अधीन वलय हैं ?

(a) केवल 1

(b) केवल 2

(c) केवल 3

(d) 2 और 3

13. $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ पर निम्नलिखित क्रमचयों पर विचार कीजिए :

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & 4 & 5 & 6 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & 1 & 3 & 6 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\mu = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 2 & 4 & 3 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

निम्नलिखित में से कौन सा/से सही है/हैं ?

1. $\sigma^6 = \tau^3$

2. $\mu^2 = \sigma^6$

नीचे दिए गए कूट का उपयोग कर सही उत्तर चुनिए :

(a) केवल 1

(b) केवल 2

(c) 1 और 2 दोनों

(d) न तो 1 और न ही 2

14. मान लीजिए कि शून्येतर सम्मिश्र संख्याओं का गुणन के अधीन समूह $\mathbb{C}^*$ है । मान लीजिए कि $1 + i$ से जनित चक्रीय उपसमूह G_1 है और $(1 + i)/\sqrt{2}$ से जनित चक्रीय उपसमूह G_2 है । निम्नलिखित में से कौनसा सही है ?

(a) G_1 और G_2 दोनों ही अनन्त समूह हैं

(b) G_1 सान्त है, किन्तु G_2 अनन्त समूह है

(c) G_2 सान्त है, किन्तु G_1 अनन्त समूह है

(d) G_1 और G_2 दोनों ही सान्त समूह हैं

15. Consider the following statements :

1. Let $(R, +, \cdot)$ be a ring. If $(R, +)$ is a cyclic group, then R is a commutative ring.
2. If an integral domain is infinite, then it cannot be a field.

Which of the above statements is/are correct ?

(a) 1 only

(b) 2 only

(c) Both 1 and 2

(d) Neither 1 nor 2

16. Let G be a group and let $a \in G$ if $O(a) = n$ and k is any integer. Then which one of the following is correct ?

(a) $O(a^k) > n$ only

(b) $O(a^k) \geq n$

(c) $O(a^k) < n$ only

(d) $O(a^k) \leq n$

17. Let R be a finite ring with unity 1. Let m be the least positive integer such that $ma = 0$ for all $a \in R$ and let n be the least positive integer such that $n \cdot 1 = 0$. Which one of the following is correct ?

(a) m and n may not exist

(b) m and n exist, but $m < n$

(c) m and n exist, but $n < m$

(d) m and n exist and $m = n$

18. Let R_1 and R_2 be two integral domains. Let $R_1 \times R_2 = \{(a, b) \mid a \in R_1, b \in R_2\}$ and $(a, b) + (c, d) = (a + c, b + d)$, $(a, b) \cdot (c, d) = (ac, bd)$. Which one of the following is correct ?

(a) $R_1 \times R_2$ is also an integral domain, but not necessarily a field

(b) $R_1 \times R_2$ need not be an integral domain

(c) $R_1 \times R_2$ is not a ring

(d) $R_1 \times R_2$ is a field

19. Which one of the following statements is ***not*** correct ?

(a) Every integral domain D has characteristic zero or a prime.

(b) If R is a ring such that $a^2 = a$, for all $a \in R$, then $a + b = 0$ implies $a = b$.

(c) If R is a ring in which $x^2 = x$, for all $x \in R$, then R is a commutative ring of characteristic zero.

(d) A field is a commutative division ring.

20. What are the points of the extrema of the function

$$y = \int_0^x \frac{\sin t}{t}\, dt, \quad x > 0 \text{ ?}$$

(a) $0, \pm n\pi$

(b) $\pm n\pi$ only

(c) $n\pi$ only

(d) $0, n\pi$ only

where $n = 1, 2, 3, \ldots$

21. Let V be the vector space of all mappings from $\mathbb{R}$ to $\mathbb{R}$ and let $V_1 = \{f \in V \mid f(-x) = f(x)\}$ and $V_2 = \{f \in V \mid f(-x) = -f(x)\}$. Which one of the following is correct ?

(a) Neither V_1 nor V_2 is a subspace of V

(b) V_1 is a subspace of V but V_2 is not a subspace of V

(c) V_1 is not a subspace of V but V_2 is a subspace of V

(d) Both V_1 and V_2 are subspaces of V

15. निम्नलिखित कथनों पर विचार कीजिए :

1. मान लीजिए $(R, +, \cdot)$ कोई वलय है । यदि $(R, +)$ कोई चक्रीय समूह है, तो R एक क्रमविनिमेय वलय होगा ।
2. यदि कोई पूर्णांकीय प्रान्त अनन्त है, तो यह एक क्षेत्र नहीं हो सकता ।

उपरिलिखित कथनों में से कौन सा/से सत्य है/हैं ?

(a) केवल 1
(b) केवल 2
(c) 1 और 2 दोनों
(d) न तो 1 और न ही 2

16. मान लीजिए G कोई समूह है और $a \in G$ यदि $O(a) = n$ तथा k कोई पूर्णांक है । तो निम्नलिखित में से कौनसा एक सही है ?

(a) $O(a^k) > n$ केवल
(b) $O(a^k) \geq n$
(c) $O(a^k) < n$ केवल
(d) $O(a^k) \leq n$

17. मान लीजिए कि इकाई 1 के साथ R कोई सांत वलय है । मान लीजिए कि m वह न्यूनतम धनात्मक पूर्णांक है जिससे $ma = 0$, सभी $a \in R$ के लिए और n वह न्यूनतम धनात्मक पूर्णांक है जिससे $n \cdot 1 = 0$. निम्नलिखित में से कौनसा सही है ?

(a) m और n, हो सकता है कि वर्तमान न हों
(b) m और n वर्तमान हैं, किन्तु $m < n$
(c) m और n वर्तमान हैं, किन्तु $n < m$
(d) m और n वर्तमान हैं तथा $m = n$

18. मान लीजिए कि R_1 और R_2 दो पूर्णांकीय प्रान्त हैं । मान लीजिए कि $R_1 \times R_2 = \{(a, b) \mid a \in R_1, b \in R_2\}$ तथा $(a, b) + (c, d) = (a + c, b + d)$,
$(a, b) \cdot (c, d) = (ac, bd)$. तब निम्नलिखित में से कौनसा सही है ?

(a) $R_1 \times R_2$ भी पूर्णांकीय प्रान्त है, किन्तु आवश्यक नहीं कि क्षेत्र हो
(b) $R_1 \times R_2$ का पूर्णांकीय प्रान्त होना आवश्यक नहीं है
(c) $R_1 \times R_2$ वलय नहीं है
(d) $R_1 \times R_2$ एक क्षेत्र है

19. निम्नलिखित कथनों में से कौनसा एक सही ***नहीं*** है ?

(a) प्रत्येक पूर्णांकीय प्रान्त D अभिलक्षण शून्य अथवा अभाज्य वाला होता है ।
(b) यदि R कोई ऐसा वलय है जिसमें सभी $a \in R$ के लिए $a^2 = a$, तो $a + b = 0$ से $a = b$ प्राप्त होता है ।
(c) यदि R कोई ऐसा वलय है जिसमें सभी $x \in R$ के लिए $x^2 = x$, तो R एक शून्य अभिलक्षण वाला क्रमविनिमेय वलय होगा ।
(d) क्षेत्र क्रमविनिमेय विभाजन-वलय है ।

20. फलन $y = \int_0^x \frac{\sin t}{t} dt, \ x > 0$ के चरम बिन्दु कौनसे हैं ?

(a) $0, \pm n\pi$
(b) केवल $\pm n\pi$
(c) केवल $n\pi$
(d) केवल $0, n\pi$

जहाँ $n = 1, 2, 3, \ldots$

21. मान लीजिए कि $\mathbb{R}$ से $\mathbb{R}$ को सभी प्रतिचित्रणों की सदिश समष्टि V है और

$V_1 = \{f \in V \mid f(-x) = f(x)\}$ और

$V_2 = \{f \in V \mid f(-x) = -f(x)\}$.

निम्नलिखित में से कौनसा सही है ?

(a) न तो V_1 और न ही V_2, V की उपसमष्टि है
(b) V_1, V की उपसमष्टि है किन्तु V_2, V की उपसमष्टि नहीं है
(c) V_1, V की उपसमष्टि नहीं है किन्तु V_2, V की उपसमष्टि है
(d) V_1 और V_2 दोनों ही V की उपसमष्टियाँ हैं

22. What is the dimension of the subspace generated by the vectors (2, 1, 4, 3), (2, 1, 2, 0), (0, 0, 2, 3) and (4, 2, 6, 3) in $V = \mathbb{R}^4$?

(a) 1

(b) 2

(c) 3

(d) 4

23. Let $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ be a linear mapping defined by $f(a, b, c) = (a, a + b, 0)$ for all $(a, b, c) \in \mathbb{R}^3$. What is the matrix of the linear mapping with respect to standard basis $\{e_1, e_2, e_3\}$?

(a) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

(b) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

(c) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

(d) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

24. Let $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^4$ be a linear transformation whose matrix representation with respect to standard ordered basis is $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \end{pmatrix}$.

What is the nullity of T ?

(a) 0

(b) 1

(c) 2

(d) 3

25. If a non-singular square matrix A satisfies the equation $I + A + A^2 + \ldots + A^k = 0$, then what is A^{-1} equal to ?

(a) A^{k-1}

(b) A^k

(c) $-A^{k-1}$

(d) $-A^k$

26. If the set of equations
$(b + c)x + (c + a)y + (a + b) = 0$,
$cx + ay + b = 0$, $ax + by + c = 0$ are consistent, then which one of the following is correct ?

1. $a + b + c = 0$
2. $a = b = c$
3. $a - b - c = 0$

Select the correct answer using the code given below :

(a) 1 or 2

(b) 1 only

(c) 2 only

(d) 3 only

22. $V = \mathbb{R}^4$ में सदिशों (2, 1, 4, 3), (2, 1, 2, 0), (0, 0, 2, 3) तथा (4, 2, 6, 3) से जनित उपसमष्टि की विमा क्या है ?

(a) 1

(b) 2

(c) 3

(d) 4

23. मान लीजिए कि $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ कोई रैखिक प्रतिचित्रण $f(a, b, c) = (a, a + b, 0)$ से सभी $(a, b, c) \in \mathbb{R}^3$ के लिए परिभाषित किया गया है । मानक आधार $\{e_1, e_2, e_3\}$ के सापेक्ष इस रैखिक प्रतिचित्रण का आव्यूह क्या है ?

(a) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

(b) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

(c) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

(d) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

24. मान लीजिए कि $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^4$ एक रैखिक रूपान्तर है जिसका आव्यूह निरूपण मानक क्रमित आधार के सापेक्ष

$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ है । T की शून्यता क्या है ?

(a) 0

(b) 1

(c) 2

(d) 3

25. यदि कोई व्युत्क्रमणीय वर्ग आव्यूह A समीकरण $I + A + A^2 + ... + A^k = \mathbf{0}$, को सन्तुष्ट करता है, तो A^{-1} का मान क्या है ?

(a) A^{k-1}

(b) A^k

(c) $-A^{k-1}$

(d) $-A^k$

26. यदि समीकरण समुच्चय

$(b + c)x + (c + a)y + (a + b) = 0$,

$cx + ay + b = 0$, $ax + by + c = 0$ संगत हैं, तो निम्नलिखित में से क्या सही है ?

1. $a + b + c = 0$
2. $a = b = c$
3. $a - b - c = 0$

नीचे दिए गए कूट का प्रयोग कर सही उत्तर चुनिए :

(a) 1 या 2

(b) केवल 1

(c) केवल 2

(d) केवल 3

27. If $A_\theta = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$, then which one of the following is correct ?

(a) $A_{\theta_1} A_{\theta_2} = A_{\theta_1} + A_{\theta_2}$

(b) $A_{\theta_1} A_{\theta_2} = A_{\theta_1} - A_{\theta_2}$

(c) $(A_\theta)^n = A_{n\theta}$ for any positive integer n

(d) $A_\theta = (A_\theta)^{-1}$

28. Let $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ be a linear transformation given by $T(x, y, z) = (2x, 4x - y, 2x + 3y - z)$ for all $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Which one of the following is correct ?

(a) T is onto, but not one-one

(b) T is one-one, but not onto

(c) T is onto and one-one

(d) T is neither one-one nor onto

29. What is the locus of the mid-point of a focal chord of a parabola ?

(a) Circle

(b) Parabola

(c) Ellipse

(d) Hyperbola

30. The diameters of a circle of area 154 sq units lie along the lines $2x - 3y = 5$ and $3x - 4y = 7$. What is the equation of the circle ?

(a) $x^2 + y^2 + 2x - 2y = 62$

(b) $x^2 + y^2 + 2x - 2y = 47$

(c) $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 47$

(d) $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 62$

31. What is the locus of the mid-points of the chords of the circle $x^2 + y^2 = 4$ which subtends a right angle at the origin ?

(a) $x + y = 2$

(b) $x^2 + y^2 = 1$

(c) $x^2 + y^2 = 2$

(d) $x + y = 1$

32. The limiting case of an ellipse of which the eccentricity tends to zero is

(a) straight line

(b) circle

(c) parabola

(d) ellipse

33. The co-ordinates of the foot of the perpendicular from the origin to a straight line is (h, k). What is the equation of the line ?

(a) $hx - ky = h^2 - k^2$

(b) $hy + kx = 2hk$

(c) $hx + ky = h^2 + k^2$

(d) $hy - kx = 0$

34. If P, Q are (2, 3, 5), (–1, 3, 2) respectively, then what are the direction cosines of PQ ?

(a) $\left\langle \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}} \right\rangle$

(b) $\left\langle \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}} \right\rangle$

(c) $\left\langle \frac{1}{\sqrt{2}}, 0, -\frac{1}{\sqrt{2}} \right\rangle$

(d) $\left\langle -\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, -\frac{1}{\sqrt{2}} \right\rangle$

27. यदि $A_\theta = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$, तो निम्नलिखित में से कौनसा सत्य है ?

(a) $A_{\theta_1} A_{\theta_2} = A_{\theta_1} + A_{\theta_2}$

(b) $A_{\theta_1} A_{\theta_2} = A_{\theta_1} - A_{\theta_2}$

(c) $(A_\theta)^n = A_{n\theta}$, किसी भी धनात्मक पूर्णांक n के लिए

(d) $A_\theta = (A_\theta)^{-1}$

28. मान लीजिए कि $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ सभी $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ के लिए $T(x, y, z) = (2x, 4x - y, 2x + 3y - z)$ से दिया गया रैखिक रूपान्तरण है । निम्नलिखित में से कौनसा सही है ?

(a) T आच्छादक है, किन्तु एकैकी नहीं

(b) T एकैकी है, किन्तु आच्छादक नहीं

(c) T आच्छादक है और एकैकी है

(d) T न तो एकैकी है और न ही आच्छादक

29. किसी परवलय की एक नाभीय जीवा के मध्य-बिन्दु का बिन्दुपथ क्या है ?

(a) वृत्त

(b) परवलय

(c) दीर्घवृत्त

(d) अतिपरवलय

30. क्षेत्रफल 154 वर्ग इकाई वाले किसी वृत्त के व्यास सरल रेखाएँ $2x - 3y = 5$ और $3x - 4y = 7$ पर स्थित हैं । वृत्त का समीकरण क्या है ?

(a) $x^2 + y^2 + 2x - 2y = 62$

(b) $x^2 + y^2 + 2x - 2y = 47$

(c) $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 47$

(d) $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 62$

31. मूलबिन्दु पर समकोण अन्तरित करने वाले वृत्त $x^2 + y^2 = 4$ की जीवाओं के मध्य-बिन्दुओं का बिन्दुपथ क्या है ?

(a) $x + y = 2$

(b) $x^2 + y^2 = 1$

(c) $x^2 + y^2 = 2$

(d) $x + y = 1$

32. जिस दीर्घवृत्त की उत्केन्द्रता शून्य की ओर प्रवृत्त होती है उसका सीमान्त रूप क्या है ?

(a) सरल रेखा

(b) वृत्त

(c) परवलय

(d) दीर्घवृत्त

33. मूलबिन्दु से किसी सरल रेखा पर लम्ब के पाद-निर्देशांक (h, k) हैं । रेखा का समीकरण क्या है ?

(a) $hx - ky = h^2 - k^2$

(b) $hy + kx = 2hk$

(c) $hx + ky = h^2 + k^2$

(d) $hy - kx = 0$

34. यदि P, Q क्रमशः (2, 3, 5), (–1, 3, 2) हैं, तो PQ की दिक्कोज्याएँ क्या हैं ?

(a) $\left\langle \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}} \right\rangle$

(b) $\left\langle \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}} \right\rangle$

(c) $\left\langle \frac{1}{\sqrt{2}}, 0, -\frac{1}{\sqrt{2}} \right\rangle$

(d) $\left\langle -\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, -\frac{1}{\sqrt{2}} \right\rangle$

35. If $f(x, y, z) = 0$ is a homogeneous equation in x, y, z, then which of the following is correct ?

(a) $f(x, y, -z) = 0$

(b) $f(-x, -y, -z) = 0$

(c) $f(rx, ry, rz) = 0 \ \forall \ r \in \mathbb{R}$

(d) Both (b) and (c)

36. Which is the nature of the intersection of the set of planes

$x + ay + (b + c) z + d = 0$, $x + by + (c + a) z + d = 0$ and $x + cy + (a + b) z + d = 0$?

(a) They meet at a point

(b) They form a triangular prism

(c) They pass through a line

(d) They are at equal distance from the origin

37. How many arbitrary constants does the general equation of a quadratic cone with a given condition have ?

(a) 3

(b) 4

(c) 5

(d) None of the above

38. What is the equation of a cylinder whose generators are parallel to the axis of z and which passes through the circle whose centre is (a, 0, 0) and radius a and lying in the xy-plane ?

(a) $x^2 + y^2 - 2ax = 0$

(b) $x^2 + y^2 - 3ax = 0$

(c) $x^2 + y^2 - 4ax = 0$

(d) $x^2 + y^2 - ax = 0$

39. Let $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$ and $\vec{c} = \hat{j} - \hat{k}$. What is $\vec{x}$ equal to which is orthogonal to $\vec{a}$ and satisfies $\vec{x} \times \vec{b} = \vec{b} \times \vec{c}$?

(a) $3\hat{i} - \hat{k}$

(b) $-3\hat{i} + \hat{k}$

(c) $-\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$

(d) $\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$

40. The vector $\vec{b} = 3\hat{i} + 4\hat{k}$ is to be written as the sum of a vector $\vec{b}_1$ parallel to $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j}$ and a vector $\vec{b}_2$ perpendicular to $\vec{a}$. What is $\vec{b}_1$ equal to ?

(a) $15(\hat{i} + \hat{j})/2$

(b) $25(\hat{i} + \hat{j})/3$

(c) $21(\hat{i} + \hat{j})/2$

(d) None of the above

41. What is $\vec{d} \cdot \{\vec{a} \times \{\vec{b} \times (\vec{c} \times \vec{d})\}\}$ equal to ?

(a) $(\vec{a} \cdot \vec{d})[\vec{b}, \vec{c}, \vec{d}]$

(b) $(\vec{b} \cdot \vec{d})[\vec{a}, \vec{c}, \vec{d}]$

(c) $(\vec{b} \cdot \vec{a})[\vec{a}, \vec{c}, \vec{d}]$

(d) $(\vec{a} \cdot \vec{c})[\vec{b}, \vec{c}, \vec{d}]$

35. यदि x, y, z में समांगी समीकरण $f(x, y, z) = 0$ है, तो निम्नलिखित में से क्या सही है ?

(a) $f(x, y, -z) = 0$

(b) $f(-x, -y, -z) = 0$

(c) $f(rx, ry, rz) = 0 \quad \forall\, r \in \mathbb{R}$

(d) (b) तथा (c) दोनों

36. तलों

$x + ay + (b + c)z + d = 0$, $x + by + (c + a)z + d = 0$ और $x + cy + (a + b)z + d = 0$ के समुच्चय के प्रतिच्छेद का चरित्र क्या है ?

(a) वे एक बिन्दु पर मिलते हैं

(b) वे एक त्रिकोणीय प्रिज़्म बनाते हैं

(c) वे एक रेखा से गुज़रते हैं

(d) वे मूलबिन्दु से बराबर दूरी पर हैं

37. एक दिए गए प्रतिबन्ध वाले वर्ग शंकु के व्यापक समीकरण में कितने स्वेच्छ अचर होते हैं ?

(a) 3

(b) 4

(c) 5

(d) उपरिलिखित में से कोई नहीं

38. जिस बेलन के जनित्र z-अक्ष के समान्तर हैं और जो उस वृत्त से गुज़रता है जिसका केन्द्र (a, 0, 0) पर है तथा जो xy-तल में स्थित है एवं जिसकी त्रिज्या a है, उस बेलन का समीकरण क्या है ?

(a) $x^2 + y^2 - 2ax = 0$

(b) $x^2 + y^2 - 3ax = 0$

(c) $x^2 + y^2 - 4ax = 0$

(d) $x^2 + y^2 - ax = 0$

39. मान लीजिए

$\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$ और $\vec{c} = \hat{j} - \hat{k}$. वह $\vec{x}$ क्या है जो $\vec{a}$ के लम्बकोणीय है और $\vec{x} \times \vec{b} = \vec{b} \times \vec{c}$ को सन्तुष्ट करता है ?

(a) $3\hat{i} - \hat{k}$

(b) $-3\hat{i} + \hat{k}$

(c) $-\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$

(d) $\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$

40. सदिश $\vec{b} = 3\hat{i} + 4\hat{k}$ को $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j}$ के समान्तर एक सदिश $\vec{b}_1$ तथा $\vec{a}$ पर लंब एक सदिश $\vec{b}_2$ के योगफल के रूप में लिखा जाना है। $\vec{b}_1$ किसके बराबर है ?

(a) $15(\hat{i} + \hat{j})/2$

(b) $25(\hat{i} + \hat{j})/3$

(c) $21(\hat{i} + \hat{j})/2$

(d) उपरिलिखित में से कोई नहीं

41. $\vec{d} \cdot \{\vec{a} \times \{\vec{b} \times (\vec{c} \times \vec{d})\}\}$ का मान क्या है ?

(a) $(\vec{a} \cdot \vec{d})[\vec{b}, \vec{c}, \vec{d}]$

(b) $(\vec{b} \cdot \vec{d})[\vec{a}, \vec{c}, \vec{d}]$

(c) $(\vec{b} \cdot \vec{a})[\vec{a}, \vec{c}, \vec{d}]$

(d) $(\vec{a} \cdot \vec{c})[\vec{b}, \vec{c}, \vec{d}]$

42. The position vectors $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}$ of the points A, B, C, D respectively satisfy the equation $3\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c} - 2\vec{d} = \vec{0}$. If AC and BD meet at P, then what is the ratio in which P divides BD ?

(a) 1 : 3

(b) 1 : 1

(c) 1 : 2

(d) 2 : 1

43. The vector $\vec{v} = 2\hat{i} + \hat{j} - 3\hat{k}$ when expressed as a sum of a vector parallel to $\vec{a} = 3\hat{i} - \hat{j}$ and a vector orthogonal to $\vec{a}$ is

(a) $[(3/\sqrt{10})\hat{i} - (1/\sqrt{10})\hat{j}] + [\{2 - (3/\sqrt{10})\}\hat{i} + \{1 + (1/\sqrt{10})\}\hat{j} - 3\hat{k}]$

(b) $[(3/2)\hat{i} - (1/2)\hat{j}] + [(1/2)\hat{i} + (3/2)\hat{j} - 3\hat{k}]$

(c) $[(3/4)\hat{i} - (1/4)\hat{j}] + [(5/4)\hat{i} + (5/4)\hat{j} - 3\hat{k}]$

(d) $(3\hat{i} - \hat{j}) + (-\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k})$

44. If $f(x + 1) + f(x - 1) = 2f(x)$ and $f(0) = 0$, then what is $f(n)$ where $n \in \mathbf{N}$?

(a) $n f(1)$

(b) $[f(1)]^n$

(c) 0

(d) n

45. If $f(x) = 1/(1 - x)$, $g(x) = f[f(x)]$ and $h(x) = f[g(x)]$, then what is $f(x)g(x)h(x)$ equal to ?

(a) -1

(b) 0

(c) 1

(d) 2

46. What is the value of $\lim_{n\to\infty} \frac{2^{n+1} + 3^{n+1}}{2^n + 3^n}$?

(a) 1/3

(b) 1

(c) 3

(d) ∞

47. If $F(x) = \frac{1}{x^2}\left(\int_4^x \{4t^2 - 2F'(t)\}\,dt\right)$, then what is $F'(4)$ equal to ?

(a) 32/9

(b) 64/3

(c) 64/9

(d) 16/3

48. Let $f(x) = x - [x]$, $x > 0$, where $[x]$ denotes the integral part of x.

1. $f(x)$ is continuous for all integral values of x.
2. $f(x)$ is not differentiable for positive integral values of x.
3. $\lim_{x\to 2} f(x)$ does not exist.

Which of the above statements are correct ?

(a) 1 and 2 only

(b) 2 and 3 only

(c) 1 and 3 only

(d) 1, 2 and 3

42. बिन्दुओं A, B, C, D के स्थिति सदिश क्रमशः $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}$ हैं और समीकरण $3\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c} - 2\vec{d} = \vec{0}$ को सन्तुष्ट करते हैं । यदि AC और BD, P पर मिलते हैं, तो BD को P किस अनुपात में विभाजित करता है ?

(a) 1 : 3

(b) 1 : 1

(c) 1 : 2

(d) 2 : 1

43. जब सदिश $\vec{v} = 2\hat{i} + \hat{j} - 3\hat{k}$ को $\vec{a} = 3\hat{i} - \hat{j}$ के समान्तर एक सदिश तथा $\vec{a}$ के लम्बकोणीय एक सदिश के योगफल के रूप में व्यक्त किया जाता है तो वह क्या है ?

(a) $[(3/\sqrt{10})\hat{i} - (1/\sqrt{10})\hat{j}] + [\{2 - (3/\sqrt{10})\}\hat{i} + \{1 + (1/\sqrt{10})\}\hat{j} - 3\hat{k}]$

(b) $[(3/2)\hat{i} - (1/2)\hat{j}] + [(1/2)\hat{i} + (3/2)\hat{j} - 3\hat{k}]$

(c) $[(3/4)\hat{i} - (1/4)\hat{j}] + [(5/4)\hat{i} + (5/4)\hat{j} - 3\hat{k}]$

(d) $(3\hat{i} - \hat{j}) + (-\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k})$

44. यदि $f(x+1) + f(x-1) = 2f(x)$ और $f(0) = 0$, तो $f(n)$ क्या है जबकि $n \in \mathbb{N}$?

(a) $n\,f(1)$

(b) $[f(1)]^n$

(c) 0

(d) n

45. यदि $f(x) = 1/(1-x)$, $g(x) = f[f(x)]$ और $h(x) = f[g(x)]$, तो $f(x)\,g(x)\,h(x)$ किसके बराबर है ?

(a) −1

(b) 0

(c) 1

(d) 2

46. $\lim_{n\to\infty} \dfrac{2^{n+1} + 3^{n+1}}{2^n + 3^n}$ का मान क्या है ?

(a) 1/3

(b) 1

(c) 3

(d) ∞

47. यदि $F(x) = \dfrac{1}{x^2}\left(\int_4^x \{4t^2 - 2F'(t)\}\,dt\right)$, तो $F'(4)$ का मान क्या है ?

(a) 32/9

(b) 64/3

(c) 64/9

(d) 16/3

48. मान लीजिए $f(x) = x - [x]$, $x > 0$, जहाँ कि $[x]$ से x का पूर्णांकीय भाग द्योतित होता है ।

1. x के सभी पूर्णांकीय मानों के लिए f(x) संतत है ।
2. x के धनात्मक पूर्णांकीय मानों के लिए f(x) अवकलनीय नहीं है ।
3. $\lim_{x\to 2} f(x)$ वर्तमान नहीं है ।

उपरिलिखित कथनों में से कौनसे सही हैं ?

(a) केवल 1 और 2

(b) केवल 2 और 3

(c) केवल 1 और 3

(d) 1, 2 और 3

49. On the curve $x^3 = 12y$, what is the interval at which the abscissa changes at faster rate than the ordinate ?

(a) $|x| > 4$

(b) $|x| < 4$

(c) $|x| > 2$

(d) $|x| < 2$

50. What is the maximum value of k for which $(\cos x + \sin x) + 7(\cos x - \sin x) + k \le 0$?

(a) 10

(b) 8

(c) –10

(d) None of the above

51. What is the point on the curve $y^2 = 4x$ which is nearest to the point (2, 1) ?

(a) (1, 2)

(b) (1, –2)

(c) (0, 0)

(d) None of the above

52. If tangent at any point of the curve $y = x^3 + \lambda x^2 + x + 5$ makes acute angle with x-axis, then which one of the following is correct ?

(a) $|\lambda| < 1$

(b) $|\lambda| < \sqrt{3}$

(c) $0 < \lambda < 3$

(d) $\lambda \in (0, 1)$

53. The normal to the curve at P(x, y) meets the x-axis at G. If the distance of G from the origin is twice the abscissa of P, then what is the nature of the curve ?

(a) Circle

(b) Parabola

(c) Ellipse

(d) Hyperbola

54. What is the number of asymptotes of the curve $y = e^{-x^2} + 1$ on $(-\infty, \infty)$?

(a) ∞

(b) 2

(c) 1

(d) 0

55. What is the figure formed by all the asymptotes of the curve $x^2y^2 = c^2(x^2 + y^2)$?

(a) A parallelogram

(b) A rectangle

(c) A triangle

(d) A square

56. Let $f(x) = \frac{x}{(1+x^n)^{1/n}}$, $n \ge 2$ and $g(x) = (f o f o f \ldots\ldots n \text{ times})(x)$, then what is $\int x^{n-2}\, g(x)\, dx$ equal to ?

(a) $\frac{(1+nx^n)^{1-(1/n)}}{n-1} + c$

(b) $\frac{(1+nx^n)^{1-(1/n)}}{n(n-1)} + c$

(c) $\frac{(1+nx^n)^{1+(1/n)}}{n+1} + c$

(d) $\frac{(1+nx^n)^{1+(1/n)}}{n(n+1)} + c$

49. वक्र $x^3 = 12y$ पर, वह अन्तराल क्या है जिसमें भुज की परिवर्तन दर कोटि की परिवर्तन दर से तीव्र है ?

(a) $|x| > 4$

(b) $|x| < 4$

(c) $|x| > 2$

(d) $|x| < 2$

50. k का वह अधिकतम मान क्या है जिसके लिए

$(\cos x + \sin x) + 7(\cos x - \sin x) + k \leq 0$?

(a) 10

(b) 8

(c) –10

(d) उपर्युक्त में से कोई नहीं

51. वक्र $y^2 = 4x$ पर वह बिन्दु कौनसा है जो बिन्दु (2, 1) के निकटतम है ?

(a) (1, 2)

(b) (1, –2)

(c) (0, 0)

(d) उपरिलिखित में से कोई नहीं

52. वक्र $y = x^3 + \lambda x^2 + x + 5$ के किसी बिन्दु पर स्पर्शी यदि x-अक्ष से न्यून कोण बनाती है, तो निम्नलिखित में से कौनसा सही है ?

(a) $|\lambda| < 1$

(b) $|\lambda| < \sqrt{3}$

(c) $0 < \lambda < 3$

(d) $\lambda \in (0, 1)$

53. वक्र का P(x, y) पर अभिलम्ब x-अक्ष से G पर मिलता है । यदि मूलबिन्दु से G की दूरी P के भुज की दुगुनी है, तो वक्र का चरित्र क्या है ?

(a) वृत्त

(b) परवलय

(c) दीर्घवृत्त

(d) अतिपरवलय

54. वक्र $y = e^{-x^2} + 1$ के $(-\infty, \infty)$ पर अनन्तस्पर्शियों की संख्या क्या है ?

(a) ∞

(b) 2

(c) 1

(d) 0

55. वक्र $x^2y^2 = c^2(x^2 + y^2)$ के सभी अनन्तस्पर्शियों द्वारा बनाई गई आकृति क्या है ?

(a) एक समान्तर चतुर्भुज

(b) एक आयत

(c) एक त्रिभुज

(d) एक वर्ग

56. मान लीजिए $f(x) = \dfrac{x}{(1+x^n)^{1/n}}$, $n \geq 2$ और

$g(x) = (fofof\ldots\ldots n \text{ times})(x)$,

तो $\int x^{n-2} g(x)\, dx$ का मान क्या है ?

(a) $\dfrac{(1+nx^n)^{1-(1/n)}}{n-1} + c$

(b) $\dfrac{(1+nx^n)^{1-(1/n)}}{n(n-1)} + c$

(c) $\dfrac{(1+nx^n)^{1+(1/n)}}{n+1} + c$

(d) $\dfrac{(1+nx^n)^{1+(1/n)}}{n(n+1)} + c$

57. If [x] denotes the greatest integer function of x, then what is the value of

$$\int_{-1/2}^{1/2} \{[x] + \ln(1 + x) - \ln(1 - x)\}\, dx \ ?$$

(a) $-1/2$

(b) 0

(c) 1

(d) $-2 \ln(2)$

58. What is the area enclosed by the parametric curve $x = (a \cos t)/\sqrt{\pi}$, $y = (b \sin t)/\sqrt{\pi}$ equal to ?

(a) The area of a circle of radius $\sqrt{ab}$

(b) The area of the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

(c) The area of a rectangle of sides a and b

(d) None of the above

59. The length of the upper half portion of the cardioid $r = a(1 + \cos\theta)$ is bisected by which one of the following lines ?

(a) $\theta = \pi/6$

(b) $\theta = \pi/4$

(c) $\theta = \pi/3$

(d) $\theta = \pi/2$

60. What is the perimeter of the curve $r = 2\cos\theta$?

(a) 2π

(b) 3π

(c) 4π

(d) 5π

61. The line segment $x = 1 - y$, $0 \le y \le 1$ is revolved about the y-axis to generate a cone. What is its lateral surface area ?

(a) $\sqrt{2}\,\pi$

(b) $\pi/\sqrt{2}$

(c) π

(d) 2π

62. The function $f(x) = \int_0^{x^2} \left(\frac{t^2 - 5t + 4}{2 + e^t}\right) dt$ has

(a) two maxima and two minima points

(b) two maxima and three minima points

(c) three maxima and two minima points

(d) one maximum point and one minimum point

63. Let $f(x) = x^3 + 3x^2 - 10x$ so that $f(1) = -6$ and $f(2) = 0$. By the mean value theorem, there exists a number y in the open interval (0, 1) such that $f'(1 + y) = 6$. The value of y turns out to be

(a) greater than 3/4

(b) between 1/2 and 3/4

(c) between 1/4 and 1/2

(d) less than 1/4

64. The eccentricity of the conic $(x - 1)^2 \tan^2\alpha + y^2 \sec^2\alpha = 1$, $0 \le \alpha \le \pi/2$ as a function of α

(a) is increasing

(b) is decreasing

(c) a constant

(d) does not exist

57. यदि [x] से x का अधिकतम पूर्णांक फलन द्योतित होता है, तो

$$\int_{-1/2}^{1/2} \{[x] + \ln(1+x) - \ln(1-x)\}\, dx$$

का मान क्या है ?

(a) $-1/2$

(b) 0

(c) 1

(d) $-2 \ln(2)$

58. प्राचलीय वक्र $x = (a \cos t)/\sqrt{\pi}$, $y = (b \sin t)/\sqrt{\pi}$ द्वारा घेरा गया क्षेत्रफल किसके बराबर है ?

(a) त्रिज्या $\sqrt{ab}$ वाले एक वृत्त के क्षेत्रफल के

(b) दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ के क्षेत्रफल के

(c) बाहुओं a तथा b वाले एक आयत के क्षेत्रफल के

(d) उपरिलिखित में से कोई नहीं

59. हृदयाभ $r = a(1 + \cos\theta)$ के ऊपरी आधे हिस्से की लम्बाई निम्नलिखित में से किस रेखा द्वारा समद्विभाजित की जाती है ?

(a) $\theta = \pi/6$

(b) $\theta = \pi/4$

(c) $\theta = \pi/3$

(d) $\theta = \pi/2$

60. वक्र $r = 2\cos\theta$ का परिमाप क्या है ?

(a) 2π

(b) 3π

(c) 4π

(d) 5π

61. रेखा-खंड $x = 1 - y$, $0 \le y \le 1$ को y-अक्ष के परितः घुमाया जाता है ताकि एक शंकु का जनन हो जाए । इसके पार्श्व पृष्ठ का क्षेत्रफल क्या है ?

(a) $\sqrt{2}\,\pi$

(b) $\pi/\sqrt{2}$

(c) π

(d) 2π

62. फलन $f(x) = \int_0^{x^2} \left(\frac{t^2 - 5t + 4}{2 + e^t}\right) dt$ के हैं

(a) दो उच्चिष्ठ और दो निम्निष्ठ बिन्दु

(b) दो उच्चिष्ठ और तीन निम्निष्ठ बिन्दु

(c) तीन उच्चिष्ठ और दो निम्निष्ठ बिन्दु

(d) एक उच्चिष्ठ बिन्दु और एक निम्निष्ठ बिन्दु

63. मान लीजिए फलन $f(x) = x^3 + 3x^2 - 10x$ जिससे कि $f(1) = -6$ और $f(2) = 0$. माध्य मान प्रमेय के अनुसार, विवृत अन्तराल (0, 1) में एक संख्या y ऐसी है कि $f'(1 + y) = 6$. y का मान क्या है ?

(a) 3/4 से अधिक

(b) 1/2 और 3/4 के बीच में

(c) 1/4 और 1/2 के बीच में

(d) 1/4 से कम

64. शांकव

$$(x-1)^2 \tan^2\alpha + y^2 \sec^2\alpha = 1, \quad 0 \le \alpha \le \pi/2$$

की उत्केन्द्रता α के फलन के रूप में

(a) वर्धमान है

(b) ह्रासमान है

(c) एक अचर है

(d) है ही नहीं

65. If A denotes the area between the catenary $y = c \cosh (x/c)$, $x = x_1$ and $x = x_2$ and the x-axis, and s stands for the length of the intervening arc, then what is A equal to ?

(a) $1/(cs)$

(b) cs

(c) c/s

(d) s/c

66. Which one of the following differential equations represents the orthogonal trajectories of the family of curves $xy = k^2$?

(a) $x\,dy - y\,dx = 0$

(b) $x\,dy + y\,dx = 0$

(c) $x\,dx - y\,dy = 0$

(d) $x\,dx + y\,dy = 0$

67. What is the solution of the differential equation $\frac{dy}{dx} = \frac{x(2\,ln\,x + 1)}{\sin y + y \cos y}$?

(a) $y \sin y = x^2\, ln\, x + c$

(b) $(1 + y^2) \cos y = x^2\, ln\, x + x + c$

(c) $y \sin y + \cos y = x + (x^2/2) + c$

(d) None of the above

68. Consider the following statements :

1. If A is an invertible square matrix, then $\text{adj}(A^T) = (\text{adj } A)^T$.
2. If A is an invertible square matrix of order n, then $\text{adj}(\text{adj } A) = |A|^{n-2} A$.

Which of the above statements is/are correct ?

(a) 1 only

(b) 2 only

(c) Both 1 and 2

(d) Neither 1 nor 2

69. The differential equation $(y - 2x^3)\,dx - x(1 - xy)\,dy = 0$ becomes exact on multiplication with which one of the following ?

(a) x

(b) x^2

(c) $1/(x^2)$

(d) $1/x$

70. What is the general solution of the equation $6y'' + 5y' - 6y = x$?

(a) $y = c_1 e^{-x} + c_2 e^{x/6} - (x/6) - (5/36)$

(b) $y = c_1 e^{2x/3} + c_2 e^{-3x/2} - (x/6) - (5/36)$

(c) $y = c_1 e^{2x/3} + c_2 e^{-3x/2} + (x/6) + (5/36)$

(d) $y = c_1 e^{2x/3} + c_2 e^{-3x/2} + (5x/36) + (1/6)$

71. What is the differential equation corresponding to the family of curves $y = k(x - k)^2$, where k is an arbitrary constant ?

(a) $\left(\frac{dy}{dx}\right)^3 + 4xy^2\left(\frac{dy}{dx}\right) - 8y^2 = 0$

(b) $\left(\frac{dy}{dx}\right)^3 - 4xy\left(\frac{dy}{dx}\right) + 8y^2 = 0$

(c) $\left(\frac{dy}{dx}\right)^3 - x^2\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + 2y\left(\frac{dy}{dx}\right) + 4y^2 = 0$

(d) None of the above

72. What is the equation of the curve whose tangent at any point (x, y) makes an angle $\tan^{-1}(2x + 3y)$ with x-axis and which passes through (1, 2) ?

(a) $4 + 8x + 10y = 32\, e^{2(x-1)}$

(b) $2 + 6x + 9y = 26\, e^{3(x-1)}$

(c) $2x + 3y = 8\, e^{3(x-1)}$

(d) None of the above

65. यदि कैटेनरी $y = c \cosh(x/c)$, $x = x_1$ तथा $x = x_2$ और x-अक्ष के बीच का क्षेत्रफल A से द्योतित होता है और बीच की चाप की लम्बाई s से बताई जाती है, तो A किसके बराबर है ?

(a) $1/(cs)$

(b) cs

(c) c/s

(d) s/c

66. निम्नलिखित अवकल समीकरणों में से वह कौनसा है जो वक्र कुल $xy = k^2$ के लम्बकोणीय संछेदियों को बताता है ?

(a) $x\,dy - y\,dx = 0$

(b) $x\,dy + y\,dx = 0$

(c) $x\,dx - y\,dy = 0$

(d) $x\,dx + y\,dy = 0$

67. अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = \frac{x(2\ln x + 1)}{\sin y + y\cos y}$ का हल क्या है ?

(a) $y \sin y = x^2 \ln x + c$

(b) $(1 + y^2)\cos y = x^2 \ln x + x + c$

(c) $y \sin y + \cos y = x + (x^2/2) + c$

(d) उपरिलिखित में से कोई नहीं

68. निम्नलिखित कथनों पर विचार कीजिए :

1. यदि A कोई व्युत्क्रमणीय वर्ग आव्यूह है, तो $\text{adj}(A^T) = (\text{adj } A)^T$.
2. यदि A कोई n कोटि का व्युत्क्रमणीय वर्ग आव्यूह है, तो $\text{adj}(\text{adj } A) = |A|^{n-2} A$.

उपरिलिखित कथनों में से कौन सा/से सही है/हैं ?

(a) केवल 1

(b) केवल 2

(c) 1 और 2 दोनों

(d) न तो 1 और न ही 2

69. अवकल समीकरण $(y - 2x^3)\,dx - x(1 - xy)\,dy = 0$ निम्नलिखित में से किस एक से गुणा करने पर यथातथ बन जाता है ?

(a) x

(b) x^2

(c) $1/(x^2)$

(d) $1/x$

70. समीकरण $6y'' + 5y' - 6y = x$ का व्यापक हल क्या है ?

(a) $y = c_1 e^{-x} + c_2 e^{x/6} - (x/6) - (5/36)$

(b) $y = c_1 e^{2x/3} + c_2 e^{-3x/2} - (x/6) - (5/36)$

(c) $y = c_1 e^{2x/3} + c_2 e^{-3x/2} + (x/6) + (5/36)$

(d) $y = c_1 e^{2x/3} + c_2 e^{-3x/2} + (5x/36) + (1/6)$

71. जब k एक स्वेच्छ अचर है, तो वक्र कुल $y = k(x - k)^2$ के संगत अवकल समीकरण क्या है ?

(a) $\left(\frac{dy}{dx}\right)^3 + 4xy^2\left(\frac{dy}{dx}\right) - 8y^2 = 0$

(b) $\left(\frac{dy}{dx}\right)^3 - 4xy\left(\frac{dy}{dx}\right) + 8y^2 = 0$

(c) $\left(\frac{dy}{dx}\right)^3 - x^2\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + 2y\left(\frac{dy}{dx}\right) + 4y^2 = 0$

(d) उपरिलिखित में से कोई नहीं

72. बिन्दु (1, 2) से गुज़रने वाले उस वक्र का, जिसके किसी बिन्दु (x, y) पर स्पर्शी x-अक्ष से कोण $\tan^{-1}(2x + 3y)$ बनाती है, समीकरण कौनसा है ?

(a) $4 + 8x + 10y = 32\, e^{2(x-1)}$

(b) $2 + 6x + 9y = 26\, e^{3(x-1)}$

(c) $2x + 3y = 8\, e^{3(x-1)}$

(d) उपरिलिखित में से कोई नहीं

73. What is the solution of the equation

$$x\frac{dy}{dx} + \frac{y^2}{x} = y \ ?$$

(a) $ln\ (y/x) - (1/x) = c$

(b) $ln\ x - (x/y) = c$

(c) $ln\ (x/y) - (1/x) = c$

(d) $ln\ x + (x/y) = c$

74. The only curve for which subnormal is of constant length is

(a) circle

(b) ellipse

(c) hyperbola

(d) parabola

75. Two like parallel forces F_1 and F_2 act on a rigid body at A and B. If F_1 and F_2 are interchanged in position, the point of application of the resultant is displaced through how much distance ?

(a) $\frac{(F_1 - F_2)\, a}{2\,(F_1 + F_2)}$

(b) $\frac{(F_1 - F_2)\, a}{(F_1 + F_2)}$

(c) $\frac{(F_1 + F_2)\, a}{(F_1 - F_2)}$

(d) $\frac{(F_1 + F_2)\, a}{2\,(F_1 - F_2)}$

along AB where AB is equal to a.

76. Forces of relative magnitudes 5, 1, 1, 3 act along the sides AB, BC, CD and AD respectively of a square ABCD of side length a. What is the equation of the line of action along which the single resultant acts ?

(a) $x - y = a$

(b) $2\,(x - y) = a$

(c) $x - y = 2a$

(d) $2\,(y - x) = a$

77. Let O be any point inside or outside a triangle ABC such that three forces are acting at O (whose magnitudes are proportional to the sides) in a direction making equal angles with the sides BC, CA, AB. Then the resultant is

(a) dependent on the magnitudes of the forces

(b) independent of the magnitudes of the forces and equal to 0

(c) dependent and equal to 0 only for a particularly chosen magnitude

(d) dependent on the magnitudes of the forces and is never equal to 0

78. A square table stands on four legs placed respectively at the middle points of its sides. If W be the weight of the table and W′ be the greatest weight that can be put at one of the corners without upsetting the table, then which one of the following is correct ?

(a) $W' = W$

(b) $W' = 2W$

(c) $W' = 3W$

(d) $W' = 4W$

73. समीकरण $x\frac{dy}{dx} + \frac{y^2}{x} = y$ का हल क्या है ?

(a) $ln\ (y/x) - (1/x) = c$

(b) $ln\ x - (x/y) = c$

(c) $ln\ (x/y) - (1/x) = c$

(d) $ln\ x + (x/y) = c$

74. वह एकमात्र वक्र जिसका अधोलम्ब अचर लम्बाई वाला है, क्या है ?

(a) वृत्त

(b) दीर्घवृत्त

(c) अतिपरवलय

(d) परवलय

75. दो सदृश समान्तर बल F_1 और F_2 एक दृढ़ पिण्ड के ऊपर A तथा B पर सक्रिय हैं । यदि F_1 और F_2 की स्थिति को परस्पर परिवर्तित कर दिया जाए, तो परिणामी के लागू होने का बिन्दु कितनी दूरी तक विस्थापित हो जाएगा ?

(a) $\frac{(F_1 - F_2)\,a}{2\,(F_1 + F_2)}$

(b) $\frac{(F_1 - F_2)\,a}{(F_1 + F_2)}$

(c) $\frac{(F_1 + F_2)\,a}{(F_1 - F_2)}$

(d) $\frac{(F_1 + F_2)\,a}{2\,(F_1 - F_2)}$

AB के साथ-साथ जहाँ AB बराबर है a के ।

76. सापेक्ष परिमाणों 5, 1, 1, 3 वाले बल, a लंबाई की भुजा वाले किसी वर्ग ABCD की भुजाओं क्रमशः AB, BC, CD और AD के साथ क्रियाशील हैं । अकेला परिणामी जिस क्रिया-रेखा के साथ कार्यशील है उसका समीकरण क्या है ?

(a) $x - y = a$

(b) $2\,(x - y) = a$

(c) $x - y = 2a$

(d) $2\,(y - x) = a$

77. मान लीजिए किसी त्रिभुज ABC के भीतर या बाहर कोई बिन्दु O इस प्रकार है कि O पर तीन बल (जिनके परिमाण भुजाओं के अनुपाती हैं) ऐसी दिशा में कार्यशील हैं जो भुजाओं BC, CA, AB से समान कोण बनाती है । तब परिणामी क्या है ?

(a) बलों के परिमाणों पर निर्भर

(b) बलों के परिमाणों से स्वतंत्र और 0 के बराबर

(c) निर्भर और 0 के बराबर केवल एक विशेष चयनित परिमाण के लिए

(d) बलों के परिमाणों पर निर्भर और कभी भी 0 के बराबर नहीं

78. एक वर्ग टेबल अपनी भुजाओं के मध्य बिन्दुओं पर रखे गए चार पैरों पर खड़ा है । यदि टेबल का भार W है और W′ वह अधिकतम भार है जिसे किसी एक कोने पर टेबल को बिना उलटाये रखा जा सकता है, तो निम्नलिखित में से कौनसा एक सही है ?

(a) $W' = W$

(b) $W' = 2W$

(c) $W' = 3W$

(d) $W' = 4W$

79. What is the distance of centre of gravity from origin of the volume formed by the revolution of the portion of the parabola $y^2 = 4ax$ cut off by $x = h$ about the axis of x ?

(a) h/4

(b) h/3

(c) h/2

(d) 2h/3

80. A piece of ice slides down a 45° incline in twice the time it takes to slide a frictionless 45° incline. What is the coefficient of friction between the ice and the incline ?

(a) 1/3

(b) 1/2

(c) 2/3

(d) 3/4

81. What is the area of the region enclosed by $y^2 = x$ and $y = x - 2$?

(a) 11/2

(b) 9/2

(c) 5/2

(d) 1/2

82. The velocity of a particle at the maximum height is $\sqrt{2/5}$ times the velocity it had at half the greatest height. What is the angle of projection ?

(a) 30°

(b) 45°

(c) 60°

(d) 90°

83. At a distance x from a centre of force, the velocity v of a particle, moving in a straight line is given by $x = a\,e^{bv^2}$ where a, b are constants and $b < 0$. Which one of the following is correct ?

(a) The acceleration is inversely proportional to x and the force is attractive.

(b) The acceleration is inversely proportional to x and the force is repulsive.

(c) The acceleration is inversely proportional to $\sqrt{x}$ and the force is attractive.

(d) The acceleration is inversely proportional to $\sqrt{x}$ and the force is repulsive.

84. A bullet fired into a target loses 2/3 of its velocity after penetrating 1/12 cm. It will come to rest after penetrating further

(a) 1 cm

(b) 1/15 cm

(c) 1/96 cm

(d) 1/198 cm

85. A particle is projected at an angle of 75° and after 5 seconds it appears to have an elevation of 45° from the point of projection. What is the initial velocity of projection ?

(a) $5\sqrt{2}\,g$

(b) $5g/\sqrt{2}$

(c) 5g

(d) 10g

where g is the acceleration due to gravity.

79. $x = h$ द्वारा परवलय $y^2 = 4ax$ के काटे गए हिस्से को x-अक्ष के परितः घुमाने से बनने वाले आयतन के गुरुत्व केन्द्र की मूलबिन्दु से दूरी क्या है ?

(a) h/4

(b) h/3

(c) h/2

(d) 2h/3

80. बर्फ का एक टुकड़ा घर्षणहीन 45° नति पर फिसलने में जितना समय लेता है उससे दुगुने समय में एक 45° नति पर फिसलता है । बर्फ और नति के बीच घर्षण गुणांक क्या है ?

(a) 1/3

(b) 1/2

(c) 2/3

(d) 3/4

81. $y^2 = x$ और $y = x - 2$ से घेरे गए प्रदेश का क्षेत्रफल क्या है ?

(a) 11/2

(b) 9/2

(c) 5/2

(d) 1/2

82. अधिकतम ऊँचाई पर किसी कण का वेग उस वेग से $\sqrt{2/5}$ गुना है जो अधिकतम ऊँचाई के आधे पर था । प्रक्षेप-कोण क्या है ?

(a) 30°

(b) 45°

(c) 60°

(d) 90°

83. एक बल-केन्द्र से x दूरी पर एक सरल रेखा में गतिशील किसी कण का वेग v, $x = a\,e^{bv^2}$ से प्राप्त होता है जहाँ a, b अचर हैं और $b < 0$. निम्नलिखित में से कौनसा एक सही है ?

(a) त्वरण x के व्युत्क्रमानुपाती है और बल आकर्षक है ।

(b) त्वरण x के व्युत्क्रमानुपाती है और बल प्रतिकर्षक है ।

(c) त्वरण $\sqrt{x}$ के व्युत्क्रमानुपाती है और बल आकर्षक है ।

(d) त्वरण $\sqrt{x}$ के व्युत्क्रमानुपाती है और बल प्रतिकर्षक है ।

84. एक लक्ष्य पर चलाई गई गोली 1/12 cm घुसने के बाद अपने वेग का 2/3 खो बैठती है । यह गोली आगे कितना और घुस जाने पर विश्राम की अवस्था को प्राप्त करेगी ?

(a) 1 cm

(b) 1/15 cm

(c) 1/96 cm

(d) 1/198 cm

85. एक कण को 75° के कोण पर प्रक्षेपित किया जाता है और 5 सेकण्ड बाद ऐसा लगता है कि प्रक्षेप बिन्दु से उन्नयन कोण 45° का है । प्रक्षेप का प्रारम्भिक वेग क्या है ?

(a) $5\sqrt{2}\ g$

(b) $5g/\sqrt{2}$

(c) 5g

(d) 10g

जहाँ g गुरुत्वीय त्वरण है ।

86. If we assume that the Earth is a homogeneous sphere of radius a, the attraction on a particle inside the Earth produces an acceleration which varies directly as the distance from the centre of the Earth and the acceleration on the surface is g, then what time would a particle take to move down a smooth straight tube from the surface of the Earth to its centre ?

(a) $(2\pi)\sqrt{a/g}$

(b) $(\pi/2)\sqrt{a/g}$

(c) $\pi\sqrt{a/g}$

(d) $(4\pi)\sqrt{a/g}$

87. An artificial satellite of mass m is launched from the surface of the Earth with velocity v at an angle α to the vertical. The Earth is assumed to be a sphere of mass M and radius R. What is the energy immediately after the launch ?

(a) $mv^2/2$

(b) $(mv^2/2) - mgR$

(c) $(mv^2/2) + mgR$

(d) $mgR \cos \alpha$

88. Consider the following forces :

1. A particle moves under a force of attraction varying as the cube of its distance from a fixed point.

2. A particle moves under a repulsive force of constant magnitude away from a fixed point.

Which of the above is/are conservative forces ?

(a) 1 only

(b) 2 only

(c) Both 1 and 2

(d) Neither 1 nor 2

89. A particle is projected vertically up from a point. The particle is seen to pass through a point on the path at times t_1, t_2 while moving up and down respectively. What is the velocity of the projection ?

(a) $\frac{g(t_1^2 + t_2^2)}{t_1 + t_2}$

(b) $\frac{g(t_1 + t_2)}{2}$

(c) $g(t_2 + t_1)$

(d) None of the above

90. What is the value of $\lim_{x \to 0} \frac{e^x - x - 1}{x^2}$?

(a) 0

(b) 1/2

(c) 2

(d) e

91. Which one of the following assertions is ***not*** correct ?

(a) We can always convert every decimal integer exactly into an equivalent binary integer.

(b) We can always convert every decimal number exactly into an equivalent binary number.

(c) We can always convert every binary integer exactly into an equivalent decimal integer.

(d) We can always convert every binary number exactly into an equivalent decimal number.

86. यदि हम पृथ्वी को a त्रिज्या का एक समांगी गोला मानें, पृथ्वी के अन्दर किसी कण पर आकर्षण एक त्वरण को उत्पन्न करता है जो पृथ्वी के केन्द्र से उसकी दूरी के अनुक्रमानुपाती है, और पृष्ठ पर त्वरण g है, तो कोई कण पृथ्वी के पृष्ठ से एक चिकनी सीधी ट्यूब में चल कर उसके केन्द्र तक पहुँचने में कितना समय लेगा ?

(a) $(2\pi)\sqrt{a/g}$

(b) $(\pi/2)\sqrt{a/g}$

(c) $\pi\sqrt{a/g}$

(d) $(4\pi)\sqrt{a/g}$

87. द्रव्यमान m का एक कृत्रिम उपग्रह पृथ्वी के पृष्ठ से ऊर्ध्वाधर से α कोण पर v वेग से छोड़ा जाता है । यह माना गया है कि पृथ्वी M द्रव्यमान और R त्रिज्या का एक गोला है । छोड़ने के तत्काल बाद ऊर्जा क्या है ?

(a) $mv^2/2$

(b) $(mv^2/2) - mgR$

(c) $(mv^2/2) + mgR$

(d) $mgR \cos \alpha$

88. निम्नलिखित बलों पर विचार कीजिए :

1. एक कण किसी निश्चित बिन्दु से उसकी दूरी के त्रिघात के अनुक्रमानुपाती आकर्षण बल के अधीन गतिशील है ।
2. एक कण किसी निश्चित बिन्दु से एक अचर परिमाण वाले प्रतिकर्षक बल के अधीन दूर होता हुआ गतिशील है ।

उपरिलिखित में से कौन सा/से संरक्षी बल है/हैं ?

(a) केवल 1

(b) केवल 2

(c) 1 और 2 दोनों

(d) न तो 1 और न ही 2

89. एक कण को किसी बिन्दु से ऊर्ध्वाधर ऊपर की ओर प्रक्षेपित किया जाता है । यह देखा जाता है कि ऊपर जाते हुए और नीचे आते हुए कण पथ पर एक बिन्दु से क्रमशः t_1 और t_2 समय पर गुज़रता है । प्रक्षेप का वेग क्या है ?

(a) $\dfrac{g(t_1^2 + t_2^2)}{t_1 + t_2}$

(b) $\dfrac{g(t_1 + t_2)}{2}$

(c) $g(t_2 + t_1)$

(d) उपरिलिखित में से कोई नहीं

90. $\lim_{x \to 0} \dfrac{e^x - x - 1}{x^2}$ का मान क्या है ?

(a) 0

(b) 1/2

(c) 2

(d) e

91. निम्नलिखित कथनों में से कौनसा एक सही *नहीं* है ?

(a) हम सदा ही प्रत्येक दशमलव पूर्णांक को एक समतुल्य द्वि-आधारी पूर्णांक में ठीक-ठीक बदल सकते हैं ।

(b) हम सदा ही प्रत्येक दशमलव संख्या को एक समतुल्य द्वि-आधारी संख्या में ठीक-ठीक बदल सकते हैं ।

(c) हम सदा ही प्रत्येक द्वि-आधारी पूर्णांक को एक समतुल्य दशमलव पूर्णांक में ठीक-ठीक बदल सकते हैं ।

(d) हम सदा ही प्रत्येक द्वि-आधारी संख्या को एक समतुल्य दशमलव संख्या में ठीक-ठीक बदल सकते हैं ।

92. Match list I with list II and select the correct answer using the code given below the lists :

List I (Bitwise operation)	*List II (Output)*
A. 10111 AND 11101	1. 10110
B. 10001 OR 11001	2. 01001
C. 10010 XOR 11011	3. 10101
	4. 11001
	5. 00010

Code :

	A	B	C
(a)	4	1	5
(b)	3	4	5
(c)	3	4	2
(d)	4	1	2

93. The memory access time of different memory devices arranged in ascending order is

(a) Cache, RAM, hard disk, magnetic tape

(b) RAM, hard disk, magnetic tape, cache

(c) Magnetic tape, hard disk, RAM, cache

(d) Hard disk, RAM, cache, magnetic tape

94. Which one of the following properties is used to store a binary digit in a hard disk ?

(a) Electrical

(b) Magnetic

(c) Magneto-optical

(d) Optical

95. What is the hexadecimal equivalent of the decimal number 41819 ?

(a) B53A

(b) A35A

(c) A35B

(d) A35C

96. The unique output for a NAND logic gate is a zero,

(a) when all inputs are zero

(b) when all inputs are one

(c) when any one input is zero

(d) when any one input is one

Directions : *The following four (4) items consist of two statements, one labelled as the 'Assertion (A)' and the other as 'Reason (R)'. You are to examine these two statements carefully and select the answers to these items using the codes given below :*

Codes :

(a) Both A and R are individually true and R is the correct explanation of A

(b) Both A and R are individually true but R is ***not*** the correct explanation of A

(c) A is true but R is false

(d) A is false but R is true

92. सूची I को सूची II से सुमेलित कीजिए और सूचियों के नीचे दिए गए कूट का प्रयोग कर सही उत्तर चुनिए :

सूची I (बिट-अनुसारी संक्रिया)	*सूची II (निर्गम)*
A. 10111 AND 11101	1. 10110
B. 10001 OR 11001	2. 01001
C. 10010 XOR 11011	3. 10101
	4. 11001
	5. 00010

कूट :

	A	B	C
(a)	4	1	5
(b)	3	4	5
(c)	3	4	2
(d)	4	1	2

93. विभिन्न मेमरी डिवाइसों का मेमरी एक्सेस टाइम आरोही क्रम में विन्यस्त किए जाने पर क्या है ?

(a) कैशे, RAM, हार्ड डिस्क, मैग्नेटिक टेप

(b) RAM, हार्ड डिस्क, मैग्नेटिक टेप, कैशे

(c) मैग्नेटिक टेप, हार्ड डिस्क, RAM, कैशे

(d) हार्ड डिस्क, RAM, कैशे, मैग्नेटिक टेप

94. एक द्वि-आधारी अंक को हार्ड डिस्क में भंडारित करने के लिए निम्नलिखित में से कौनसा गुण प्रयुक्त होता है ?

(a) वैद्युत

(b) चुम्बकीय

(c) चुम्बक-प्रकाशीय

(d) प्रकाशीय

95. दशमलव संख्या 41819 का षोडश-आधारी समतुल्य क्या है ?

(a) B53A

(b) A35A

(c) A35B

(d) A35C

96. एक NAND लॉजिक गेट का एकमात्र निर्गम शून्य है,

(a) जब सभी निवेश शून्य हों

(b) जब सभी निवेश इकाई हैं

(c) जब कोई एक निवेश शून्य हो

(d) जब कोई एक निवेश इकाई हो

निर्देश : आगामी चार (4) प्रश्नांशों में दो वक्तव्य हैं । एक को 'कथन (A)' तथा दूसरे को 'कारण (R)' कहा गया है । इन दोनों वक्तव्यों का सावधानीपूर्वक परीक्षण कर इन प्रश्नांशों का उत्तर नीचे दिए हुए कूट की सहायता से चुनिए :

कूट :

(a) A और R दोनों सही हैं, और R, A का सही स्पष्टीकरण है

(b) A और R दोनों सही हैं, परन्तु R, A का सही स्पष्टीकरण *नहीं* है

(c) A सही है, परन्तु R ग़लत है

(d) A ग़लत है, परन्तु R सही है

97. Let $p(x) = a_0 + a_1 x + a_3 x^3$ where a_0, a_1 and a_3 are integers, $a_3 \neq 0$.
Let $q(x) = p(x + 3)$.

Assertion (A) : If α, β, γ are the roots of $q(x) = 0$, then $\alpha + \beta + \gamma = 9$.

Reason (R) : If δ is a root of $p(x) = 0$, then $\delta - 3$ is a root of $q(x) = 0$.

98. *Assertion (A) :* The solution of $\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} + 2y = e^x$ is $y = c_1e^x + c_2e^{2x} - xe^x$.

Reason (R) : The particular integral of $f(D)\,y = e^{ax}$ is $x[f'(a)]^{-1} e^{ax}$ when $f(a) = 0$.

99. *Assertion (A) :* A finite commutative ring D without zero divisor is a field.

Reason (R) : Since D is a commutative ring without zero divisors, there exists $e \in D$ such that $a \cdot e = a$ for all $a \in D$. Then for every $a \neq 0 \in D$, there exists $b \in D$ such that $b \cdot a = e$.

100. Let $G = \{x : x \text{ is a positive real number}\}$. For any $x \in G$, let $\sqrt{x}$ denote the positive square root of x. For any $x, y \in G$, define $x * y = \sqrt{xy}$.

Assertion (A) : $*$ is a commutative binary operation on G and if $x * y = x * z$ for any $x, y, z \in G$, then $y = z$.

Reason (R) : $(G, *)$ is a group.

97. मान लीजिए कि $p(x) = a_0 + a_1 x + a_3 x^3$ जहाँ a_0, a_1 और a_3 पूर्णांक हैं, $a_3 \neq 0$.

मान लीजिए कि $q(x) = p(x + 3)$.

कथन (A) : यदि $q(x) = 0$ के मूल α, β, γ हैं, तो $\alpha + \beta + \gamma = 9$.

कारण (R) : यदि $p(x) = 0$ का एक मूल δ है, तो $q(x) = 0$ का एक मूल $\delta - 3$ होगा ।

98. *कथन (A) :* $\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} + 2y = e^x$ का हल है

$$y = c_1e^x + c_2e^{2x} - xe^x.$$

कारण (R) : $f(D)\,y = e^{ax}$ का विशेष समाकल है $x[f'(a)]^{-1}\,e^{ax}$ जब $f(a) = 0$.

99. *कथन (A) :* शून्य-विभाजक जिसमें न हों, ऐसा परिमित क्रमविनिमेय वलय D एक क्षेत्र होता है ।

कारण (R) : चूँकि D एक क्रमविनिमेय वलय है जिसमें शून्य-विभाजक नहीं हैं, एक $e \in D$ वर्तमान है इस प्रकार कि $a \cdot e = a$ सभी $a \in D$ के लिए । तो प्रत्येक $a \neq 0 \in D$ के लिए एक $b \in D$ वर्तमान है इस प्रकार कि $b \cdot a = e$.

100. मान लीजिए कि

$G = \{x : x$ एक धनात्मक वास्तविक संख्या है$\}$.

प्रत्येक $x \in G$ के लिए, मान लीजिए कि x का धनात्मक वर्गमूल $\sqrt{x}$ से द्योतित किया जाता है । प्रत्येक $x, y \in G$ के लिए परिभाषित कीजिए $x * y = \sqrt{xy}$.

कथन (A) : G पर $*$ एक क्रमविनिमेय द्वि-आधारी संक्रिया है और यदि $x * y = x * z$ किन्हीं भी $x, y, z \in G$ के लिए, तो $y = z$.

कारण (R) : $(G, *)$ एक समूह है ।

SPACE FOR ROUGH WORK

कच्चे काम के लिए जगह

SPACE FOR ROUGH WORK

कच्चे काम के लिए जगह

SPACE FOR ROUGH WORK

कच्चे काम के लिए जगह

SPACE FOR ROUGH WORK

कच्चे काम के लिए जगह

जब तक आपको यह परीक्षण पुस्तिका खोलने को न कहा जाए तब तक न खोलें

टी.बी.सी. : P-DTQ-J-NBU

परीक्षण पुस्तिका अनुक्रम

A

परीक्षण पुस्तिका

गणित

समय : दो घण्टे | *पूर्णांक : 300*

अनुदेश

1. **परीक्षा प्रारम्भ होने के तुरन्त बाद, आप इस परीक्षण पुस्तिका की पड़ताल अवश्य कर लें कि इसमें कोई बिना छपा, फटा या छूटा हुआ पृष्ठ अथवा प्रश्नांश आदि न हो। यदि ऐसा है, तो इसे सही परीक्षण पुस्तिका से बदल लीजिए।**
2. **उत्तर-पत्रक में सही स्थान पर परीक्षण पुस्तिका अनुक्रम A, B, C या D यथास्थिति स्पष्ट रूप से कूटबद्ध कीजिए।**
3. इस परीक्षण पुस्तिका पर साथ में दिए गए कोष्ठक में आपको अपना अनुक्रमांक लिखना है। परीक्षण पुस्तिका पर ***और कुछ न*** लिखें।
4. इस परीक्षण पुस्तिका में **100** प्रश्नांश (प्रश्न) दिए गए हैं। प्रत्येक प्रश्नांश **हिन्दी** और **अंग्रेजी** में छपा है। प्रत्येक प्रश्नांश में चार प्रत्युत्तर (उत्तर) दिए गए हैं। इनमें से एक प्रत्युत्तर को चुन लें जिसे आप उत्तर-पत्रक पर अंकित करना चाहते हैं। यदि आपको ऐसा लगे कि एक से अधिक प्रत्युत्तर सही हैं तो उस प्रत्युत्तर को अंकित करें जो आपको सर्वोत्तम लगे। प्रत्येक प्रश्नांश के लिए ***केवल एक ही*** प्रत्युत्तर चुनना है।
5. आपको अपने सभी प्रत्युत्तर अलग से दिए गए उत्तर-पत्रक पर ***ही*** अंकित करने हैं। उत्तर-पत्रक में दिए गए निर्देश देखिए।
6. सभी प्रश्नांशों के अंक समान हैं।
7. इससे पहले कि आप परीक्षण पुस्तिका के विभिन्न प्रश्नांशों के प्रत्युत्तर उत्तर-पत्रक पर अंकित करना शुरू करें, आपको प्रवेश प्रमाण-पत्र के साथ प्रेषित अनुदेशों के अनुसार कुछ विवरण उत्तर-पत्रक में देने हैं।
8. आप अपने सभी प्रत्युत्तरों को उत्तर-पत्रक में भरने के बाद तथा परीक्षा के समापन पर ***केवल उत्तर-पत्रक*** अधीक्षक को सौंप दें। आपको अपने साथ परीक्षण पुस्तिका ले जाने की अनुमति है।
9. कच्चे काम के लिए पत्रक परीक्षण पुस्तिका के अंत में संलग्न हैं।
10. **गलत उत्तरों के लिए दण्ड :**

    वस्तुनिष्ठ प्रश्न-पत्रों में उम्मीदवार द्वारा दिए गए गलत उत्तरों के लिए दण्ड दिया जाएगा।

    (i) प्रत्येक प्रश्न के लिए चार वैकल्पिक उत्तर हैं। उम्मीदवार द्वारा प्रत्येक प्रश्न के लिए दिए गए एक गलत उत्तर के लिए प्रश्न हेतु नियत किए गए अंकों का **एक-तिहाई (0·33)** दण्ड के रूप में काटा जाएगा।

    (ii) यदि कोई उम्मीदवार एक से अधिक उत्तर देता है, तो इसे **गलत उत्तर** माना जाएगा, यद्यपि दिए गए उत्तरों में से एक उत्तर सही होता है, फिर भी उस प्रश्न के लिए उपर्युक्तानुसार ही उसी तरह का दण्ड दिया जाएगा।

    (iii) यदि उम्मीदवार द्वारा कोई प्रश्न हल नहीं किया जाता है, अर्थात् उम्मीदवार द्वारा उत्तर नहीं दिया जाता है, तो उस प्रश्न के लिए **कोई दण्ड नहीं** दिया जाएगा।

जब तक आपको यह परीक्षण पुस्तिका खोलने को न कहा जाए तब तक न खोलें

Note : English version of the instructions is printed on the front cover of this Booklet.