2012

Sl. No.

F-DTN-M-QIZB

PHYSICS

Paper II

Time Allowed : Three Hours	*Maximum Marks : 300*

INSTRUCTIONS

Each question is printed both in Hindi and in English. Answers must be written in the medium specified in the Admission Certificate issued to you, which must be stated clearly on the cover of the answer-book in the space provided for the purpose. No marks will be given for the answers written in a medium other than that specified in the Admission Certificate.

*Candidates should attempt Question Nos. 1 and 5 which are compulsory, and any **three** of the remaining questions selecting at least **one** question from each Section.*

The number of marks carried by each question is indicated at the end of the question.

Symbols/Notations carry usual meanings.

Assume suitable data if considered necessary and indicate the same clearly. Some constants are given at the end of questions.

Important : Whenever a Question is being attempted, all its parts/sub-parts must be attempted contiguously. This means that before moving on to the next Question to be attempted, candidates must finish attempting all parts/sub-parts of the previous Question attempted. This is to be strictly followed.

Pages left blank in the answer-book are to be clearly struck out in ink. Any answers that follow pages left blank may not be given credit.

ध्यान दें : अनुदेशों का हिन्दी रूपान्तर इस प्रश्न-पत्र के पिछले पृष्ठ पर छपा है।

Section 'A'

1. (a) Use the uncertainty principle to estimate the ground state energy of a linear harmonic oscillator. 12

(b) Given that σ_x, σ_y, σ_z are Pauli spin operators, prove the following relationships :

(i) $\sin(\sigma_x \varphi) = \sigma_x \sin\varphi$ 6

(ii) $\cos(\sigma_z \varphi) = \cos\varphi$ 6

(c) Consider the one dimensional wavefunction $\psi(x) = Ax\, e^{-kx}, (0 \leq x \leq \infty;\ k > 0)$

(i) Calculate A so that $\psi(x)$ is normalized. 4

(ii) Using Schrödinger's equation find the potential $V(x)$ and energy E for which $\psi(x)$ is an eigenfunction. (Assume that as $x \to \infty$, $V(x) \to 0$). 8

(d) Sodium doublets are produced by transitions $3\ ^2p_{1/2} \to 3\ ^2s_{1/2}(D_1)$ and

$3\ ^2p_{3/2} \to 3\ ^2s_{1/2}(D_2)$.

Calculate the Landé g-factors for these levels. 12

खंड 'क'

1. (क) रैखिक आवर्ती दोलक की निम्नतम अवस्था ऊर्जा का आकलन करने के लिए अनिश्चितता सिद्धांत का इस्तेमाल कीजिए। 12

(ख) दत्त कि $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ पाउली प्रचक्रण संकारक हैं, निम्नलिखित संबंधों को सिद्ध कीजिए :

(i) $\sin(\sigma_x \varphi) = \sigma_x \sin\varphi$ 6

(ii) $\cos(\sigma_z \varphi) = \cos\varphi$ 6

(ग) निम्नलिखित एक-विमीय तरंग फलन पर विचार कीजिए :

$\psi(x) = Ax\, e^{-kx}, (0 \leq x \leq \infty;\ k > 0)$

(i) परिकलन कीजिए A ताकि $\psi(x)$ प्रसामान्यीकृत हो जाय। 4

(ii) श्रोडिंगर के समीकरण का इस्तेमाल करते हुए, विभव $V(x)$ और ऊर्जा E को मालूम कीजिए, जिसके लिए $\psi(x)$ एक अभिलक्षणिक फलन है। (मान लीजिए कि जब $x \to \infty,\ V(x) \to 0$). 8

(घ) सोडियम द्विक संक्रमण $3\ {}^2p_{1/2} \to 3\ {}^2s_{1/2}(D_1)$ और $3\ {}^2p_{3/2} \to 3\ {}^2s_{1/2}(D_2)$ के द्वारा उत्पन्न होते हैं। इन स्तरों के लिए लांडे g-कारकों का परिकलन कीजिए। 12

(e) Why should rotational Raman spectrum show a separation of the first Raman line from the exciting line equal to $6B$ cm^{-1}, while the separation between successive lines equals to $4B$ cm^{-1}, where B is the rotational constant ? 12

2. (a) Solve the radial part of the time-independent Schrödinger equation for a hydrogen atom. Obtain an expression for the energy eigen-values. 45

(b) What is the degree of degeneracy of the energy eigenvalues ? What happens if the spin of the electron is taken into account ? 15

3. (a) When a nucleus with spin $\frac{3}{2}$ is subjected to magnetic field, how does the energy level split and what will be the energy of separation between any two adjacent levels ? 20

(b) Estimate the spin-lattice relaxation time in terms of transition probability for a nucleus with spin $I = \frac{1}{2}$. 20

(c) Why should proton chemical shift in CH_3CHO occur when it is subjected to a magnetic field ? 20

(ङ) किस कारण से घूर्णनी रमण स्पैक्ट्रम को प्रथम रमण रेखा की उत्तेजक रेखा से $6B$ cm^{-1} के बराबर पृथक्करण दिखाना चाहिए, जबकि उत्तरोत्तर रेखाओं के बीच पृथक्करण $4B$ cm^{-1} के बराबर होता है, जहाँ B घूर्णनी स्थिरांक है ? 12

2. (क) हाइड्रोजन परमाणु के लिए, काल-स्वतंत्र श्रोडिंगर समीकरण के अरीय भाग को हल कीजिए। ऊर्जा अभिलक्षणिक मानों के लिए एक व्यंजक मालूम कीजिए। 45

(ख) ऊर्जा अभिलक्षणिक-मानों की अपभ्रष्टता की कोटि क्या होती है ? यदि इलेक्ट्रान के प्रचक्रण का भी हिसाब रखा जाय, तो क्या घटित होता है ? 15

3. (क) जब प्रचक्रण $\frac{3}{2}$ वाले किसी नाभिक को चुंबकीय क्षेत्र के प्रभावाधीन लाया जाता है, तब ऊर्जा स्तर का विभाजन किस प्रकार होता है और किन्हीं दो सन्निकट स्तरों के बीच पृथक्करण की ऊर्जा क्या होगी ? 20

(ख) प्रचक्रण $I = \frac{1}{2}$ वाले नाभिक के लिए, संक्रमण प्रायिकता के रूप में प्रचक्रणजालक विश्रांति काल का आकलन कीजिए। 20

(ग) जब CH_3CHO को चुंबकीय क्षेत्र के प्रभावाधीन रखा जाता है, तब उसमें प्रोटान रासायनिक स्थानान्तरण किस कारण से घटित होता है ? 20

4. (a) What will happen to the energy level of an unpaired electron when subjected to an external magnetic field ? Find the condition for electron spin resonance. 20

(b) Describe the vibration-rotation spectra of a polyatomic linear molecule. What are P, Q and R branches ? Draw rotational energy levels of the vibrational states $v = 0$ and $v = 1$ and perpendicular vibrational-rotational transitions of a linear polyatomic molecule. 40

Section 'B'

5. (a) Determine from the given data whether the following reactions are exothermic or endo-thermic :

(i) $^{1}_{1}H + ^{3}_{1}H \rightarrow ^{2}_{1}H + ^{2}_{1}H$

(ii) $^{12}_{6}C + ^{12}_{6}C \rightarrow ^{20}_{10}Ne + ^{4}_{2}He$ 12

(b) Calculate the recoil energy of $^{57}_{26}$Fe nucleus when it emits a gamma photon of energy 14 keV. 12

(c) Which of the following reactions are permitted or forbidden by various conservation laws ?

(i) $k^{-} + p \rightarrow \Lambda^{\circ} + \pi^{\circ}$

(ii) $k^{+} + n \rightarrow \Sigma^{+} + \pi^{\circ}$

4. (क) किसी अयुग्मित इलेक्ट्रान को जब बाह्य चुंबकीय क्षेत्र के प्रभावाधीन लाया जाय, तब उसके ऊर्जा स्तर पर क्या घटित होगा ? इलेक्ट्रान चक्रण अनुनाद के लिए दशा को मालूम कीजिए। 20

(ख) बहुपरमाणुक रैखिक अणु के कंपन-घूर्णन स्पैक्ट्रमों का वर्णन कीजिए। P, Q और R शाखाएं क्या होती हैं ? रैखिक बहुपरमाणुक अणु की कंपनिक अवस्थाओं $v = 0$ और $v = 1$ और लंब कंपनिक-घूर्णनी संक्रमणों के घूर्णनी ऊर्जा स्तरों के चित्र बनाइए। 40

खंड 'ख'

5. (क) दत्त आंकड़ों से निर्धारण कीजिए कि निम्नलिखित अभिक्रियाएं ऊष्माक्षेपी हैं या कि ऊष्माशोषी हैं :

(i) ${}^{1}_{1}H+{}^{3}_{1}H \rightarrow {}^{2}_{1}H+{}^{2}_{1}H$

(ii) ${}^{12}_{6}C+{}^{12}_{6}C \rightarrow {}^{20}_{10}Ne+{}^{4}_{2}He$ 12

(ख) जब ${}^{57}_{26}\mathrm{Fe}$ नाभिक ऊर्जा 14 keV के एक गामा फोटान का उत्सर्जन करे, तब उसकी प्रतिक्षेप ऊर्जा का परिकलन कीजिए। 12

(ग) निम्नलिखित में से कौन-कौन सी अभिक्रियाएं, विभिन्न संरक्षण नियमों के द्वारा अनुमत्य या वर्जित हैं ?

(i) $k^{-} + p \rightarrow \Lambda^{\circ} + \pi^{\circ}$

(ii) $k^{+} + n \rightarrow \Sigma^{+} + \pi^{\circ}$

(iii) $\pi^- + p \rightarrow k^- + \Sigma^+$

(iv) $\pi^+ + n \rightarrow k^+ + \Lambda^\circ$

(v) $\pi^- + p \rightarrow \Lambda^\circ + k^\circ$

(vi) $\pi^- + p \rightarrow k^+ + \Sigma^-$ 12

(d) Metallic iron undergoes a structural phase transition from bcc to fcc at 910°C. At this temperature, the atomic radii of iron atoms in the bcc and fcc structures are $0{\cdot}126 \times 10^{-9}$ m and $0{\cdot}129 \times 10^{-9}$ m respectively. Calculate the volume change in percentage during this structural change. 12

(e) What are the rules followed in biasing a bipolar junction transistor when it is used as an amplifier ? Show how n-p-n and p-n-p transistors to be used as an amplifier are biased and the direction of flow of base, collector and emitter currents. 12

6. (a) Write down the Bethe-Weizsäcker semiempirical mass formula for a nucleus. Explain the significance of each term occurring in it. Discuss the stability of a nucleus against β-decay. What is the effect of pairing term on stability ? 45

(iii) $\pi^- + p \rightarrow k^- + \Sigma^+$

(iv) $\pi^+ + n \rightarrow k^+ + \Lambda^\circ$

(v) $\pi^- + p \rightarrow \Lambda^\circ + k^\circ$

(vi) $\pi^- + p \rightarrow k^+ + \Sigma^-$ 12

(घ) धात्विक लोहा में 910°C पर bcc से fcc संरचनात्मक फेज़ संक्रमण होता है। इस ताप पर, लोहा परमाणुओं की bcc और fcc संरचनाओं में परमाणु-त्रिज्याएं क्रमशः $0 \cdot 126 \times 10^{-9}$ m और $0 \cdot 129 \times 10^{-9}$ m होती हैं। इस संरचनात्मक परिवर्तन के दौरान, प्रतिशतता में आयतन परिवर्तन का परिकलन कीजिए। 12

(ङ) जब द्विध्रुवी संधि ट्रांसिस्टर का प्रवर्धक के रूप में इस्तेमाल किया जाता है, तब उसके बायसिंग में किन नियमों का पालन किया जाता है ? दर्शाइए कि प्रवर्धक के रूप में इस्तेमाल किए जाने वाले n-p-n और p-n-p ट्रांसिस्टरों को किस प्रकार बायस किया जाता है और आधार, संग्राहक और उत्सर्जक धाराओं की दिशा भी बताइए। 12

6. (क) नाभिक के लिए बेथे-वाइज़सैकर अर्ध-आनुभविक द्रव्यमान फार्मूला लिखिए। उसमें आने वाले प्रत्येक पारिभाषिक शब्द के महत्व को स्पष्ट कीजिए। β-क्षय के प्रतिरोध में नाभिक के स्थायित्व पर चर्चा कीजिए। स्थायित्व पर युग्मन टर्म का क्या प्रभाव होता है ? 45

(b) What are mirror nuclei ? How does the charge independence of nuclear force emerge from this concept ? 15

7. (a) Starting from an expression for the group velocity, arrive at an expression for the effective mass of an electron in a semiconductor. Explain the significance of sign of the effective mass. 30

(b) (i) Classify diamagnetic, paramagnetic and ferromagnetic materials in terms of their magnetic susceptibility (ψ). Plot and explain the variation of $\frac{1}{\psi}$ with temperature for the three materials. 15

(ii) Explain the variation of magnetisation of a type-I and type-II superconductors as a function of applied magnetic field. 15

8. (a) Construct an operational amplifier based analog computer to solve the differential equation

$$\frac{d^2v}{dt^2} - \frac{dv}{dt} + 2v = 0.$$ 30

(ख) दर्पण नाभिक क्या होते हैं ? इस संकल्पना से नाभिकीय बल की आवेश स्वतंत्रता किस प्रकार उभर कर आती है ? 15

7. (क) समूह वेग के लिए एक व्यंजक से शुरू करके, अर्ध-चालक में इलेक्ट्रान के प्रभावी द्रव्यमान के लिए व्यंजक तक पहुँचिए। प्रभावी द्रव्यमान के चिह्न के महत्व को स्पष्ट कीजिए। 30

(ख) (i) चुंबकीय प्रवृत्ति (ψ) के आधार पर पदार्थों का प्रतिचुंबकीय, अनुचुंबकीय और लोह-चुंबकीय में वर्गीकरण कीजिए। तीनों पदार्थों के लिए ताप के साथ $\frac{1}{\psi}$ के परिवर्तन को आलेखित और स्पष्ट कीजिए। 15

(ii) अनुप्रयुक्त चुंबकीय क्षेत्र के एक फलन के तौर पर, प्रकार-I और प्रकार-II अतिचालकों के चुंबकन की विभिन्नता को स्पष्ट कीजिए। 15

8. (क) निम्नलिखित अवकल समीकरण को हल करने के लिए संक्रियात्मक प्रवर्धक आधारित अनुरूप कंप्यूटर की रचना कीजिए :

$$\frac{d^2v}{dt^2} - \frac{dv}{dt} + 2v = 0. \quad 30$$

(b) Explain the race problem encountered in an RS latch and how it can be avoided. Build a Mod-10 counter using JK flip-flops and explain its working. **30**

(ख) आर. एस. लैच में सामने आने वाली रेस समस्या को, और उससे कैसे बचा जा सकता है इस बात को स्पष्ट कीजिए। JK फ्लिप-फ्लौपों का इस्तेमाल करते हुए एक मोड-10 गणित्र का निर्माण कीजिए। 30

Constants which may be needed

Velocity of light in vacuum (c) = 3×10^8 ms^{-1}

Mass of electron (m_e) = $9{\cdot}11 \times 10^{-31}$ kg

Charge of electron (e) = $1{\cdot}602 \times 10^{-19}$ C

Specific charge of electron $\left(\frac{e}{m_e}\right) = 1{\cdot}76 \times 10^{11}$ C kg^{-1}

1 u ≡ 1 a.m.u. = $1{\cdot}6605 \times 10^{-27}$ kg = 931·5 MeV

Rest mass energy of electron (m_ec^2) = 0·5110 MeV

Permittivity in free space (ε_0) = $8{\cdot}8542 \times 10^{-12}$ $C^2N^{-1}m^{-2}$

Permeability of free space (μ_0) = $4\pi \times 10^{-7}$ N A^{-2}

Gas constant (R) = 8·314 J mol^{-1} K^{-1}

Boltzmann constant (k_B) = $1{\cdot}381 \times 10^{-23}$ J K^{-1}

Planck constant (h) = $6{\cdot}626 \times 10^{-34}$ J s

($\hbar$) = $1{\cdot}0546 \times 10^{-34}$ J s

Bohr magneton (μ_B) = $9{\cdot}274 \times 10^{-24}$ J T^{-1}

Nuclear magneton (μ_N) = $5{\cdot}051 \times 10^{-27}$ J T^{-1}

Fine structure constant (α) = 1/137·03599

Mass of proton (M_p) = 1·0072766 u = $1{\cdot}6726 \times 10^{-27}$ kg

Mass of neutron (M_n) = 1·0086652 u
= $1{\cdot}6749 \times 10^{-27}$ kg

Mass of deuteron (M_d) = 2·013553 u

Mass of α-particle (M_α) = 4·001506 u

Mass of $^{12}_{6}C$ = 12·000000 u

Mass of $^{16}_{8}O$ = 15·994915 u

Mass of $^{87}_{38}Sr$ = 86·99999 u

Mass of $^{4}_{2}He$ = 4·002603 u

स्थिरांक जिनकी आवश्यकता हो सकती है

निर्वात में प्रकाश का वेग (c) = $3 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$

इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान (m_e) = $9{\cdot}11 \times 10^{-31}$ kg

इलेक्ट्रॉन का आवेश (e) = $1{\cdot}602 \times 10^{-19}$ C

इलेक्ट्रॉन का विशिष्ट आवेश $\left(\frac{e}{m_e}\right) = 1{\cdot}76 \times 10^{11} \text{ C kg}^{-1}$

$1 \text{ u} \equiv 1 \text{ a.m.u.} = 1{\cdot}6605 \times 10^{-27} \text{ kg} = 931{\cdot}5 \text{ MeV}$

इलेक्ट्रॉन की विरामावस्था द्रव्यमान ऊर्जा (m_ec^2) = 0·5110 MeV

मुक्त आकाश में विद्युत्शीलता (ε_0) = $8{\cdot}8542 \times 10^{-12} \text{ C}^2\text{N}^{-1}\text{m}^{-2}$

मुक्त आकाश की पारगम्यता (μ_0) = $4\pi \times 10^{-7} \text{ N A}^{-2}$

गैस स्थिरांक (R) = $8{\cdot}314 \text{ J mol}^{-1} \text{K}^{-1}$

बोल्ट्ज़मेन स्थिरांक (k_B) = $1{\cdot}381 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$

प्लांक स्थिरांक (h) = $6{\cdot}626 \times 10^{-34}$ J s

($\hbar$) = $1{\cdot}0546 \times 10^{-34}$ J s

बोहर मैग्नेटॉन (μ_B) = $9{\cdot}274 \times 10^{-24} \text{ J T}^{-1}$

नाभिकीय मैग्नेटॉन (μ_N) = $5{\cdot}051 \times 10^{-27} \text{ J T}^{-1}$

सूक्ष्म संरचना स्थिरांक (α) = 1 / 137·03599

प्रोटॉन का द्रव्यमान (M_p) = 1·0072766 u = $1{\cdot}6726 \times 10^{-27}$ kg

न्यूट्रॉन का द्रव्यमान (M_n) = 1·0086652 u

= $1{\cdot}6749 \times 10^{-27}$ kg

ड्यूटरॉन का द्रव्यमान (M_d) = 2·013553 u

α-कण का द्रव्यमान (M_α) = 4·001506 u

${}^{12}_{6}\text{C}$ का द्रव्यमान = 12·000000 u

${}^{16}_{8}\text{O}$ का द्रव्यमान = 15·994915 u

${}^{87}_{38}\text{Sr}$ का द्रव्यमान = 86·99999 u

${}^{4}_{2}\text{He}$ का द्रव्यमान = 4·002603 u

F-DTN-M-QIZB

भौतिकी

प्रश्न-पत्र II

समय : तीन घण्टे | पूर्णांक : 300

अनुदेश

प्रत्येक प्रश्न हिन्दी और अंग्रेजी दोनों में छपा है।

प्रश्नों के उत्तर उसी माध्यम में लिखे जाने चाहिए, जिसका उल्लेख आपके प्रवेश-पत्र में किया गया है, और इस माध्यम का स्पष्ट उल्लेख उत्तर-पुस्तक के मुख-पृष्ठ पर अंकित निर्दिष्ट स्थान पर किया जाना चाहिए। प्रवेश-पत्र पर उल्लिखित माध्यम के अतिरिक्त अन्य किसी माध्यम में लिखे गए उत्तर पर कोई अंक नहीं मिलेंगे।

प्रश्न संख्या 1 और 5 अनिवार्य हैं। बाकी प्रश्नों में से प्रत्येक खण्ड से कम-से-कम ***एक*** *प्रश्न चुनकर किन्हीं* ***तीन*** *प्रश्नों के उत्तर दीजिए।*

प्रत्येक प्रश्न के लिए नियत अंक प्रश्न के अन्त में दिये गए हैं।

प्रतीक/संकेताक्षर के सामान्य अर्थ हैं।

यदि आवश्यक हो, तो उपयुक्त आँकड़ों का चयन कीजिए तथा उनको निदिष्ट कीजिए। कुछ स्थिरांक प्रश्नों के अंत में भी दिए गए हैं।

यह आवश्यक है कि जब भी किसी प्रश्न का उत्तर दे रहे हों, तब उस प्रश्न के सभी भागों/उप-भागों के उत्तर साथ-साथ दें। इसका अर्थ यह है कि अगले प्रश्न का उत्तर लिखने के लिए आगे बढ़ने से पूर्व पिछले प्रश्न के सभी भागों/उप-भागों के उत्तर समाप्त हो जांय। इस बात का कड़ाई से अनुसरण कीजिए।

उत्तर पुस्तिका में खाली छोड़े हुए पृष्ठों को स्याही में स्पष्ट रूप से काट दें। खाली छुटे हुए प्रश्नों के बाद लिखे हुए उत्तरों के अंक न दिए जाएँ, ऐसा हो सकता है।

Note : *English version of the Instructions is printed on the front cover of this question paper.*