CS (Main) Exam : ,2014

C-DRN-N-RIZA

भौतिकी / PHYSICS

प्रश्न-पत्र I / Paper I

निर्धारित समय : तीन घंटे
Time allowed : ***Three*** *Hours*

अधिकतम अंक : **250**
Maximum Marks : **250**

प्रश्न-पत्र के लिए विशिष्ट अनुदेश

कृपया प्रश्नों के उत्तर देने से पूर्व निम्नलिखित प्रत्येक अनुदेश को ध्यानपूर्वक पढ़ें :

इसमें आठ प्रश्न हैं जो दो खण्डों में विभाजित हैं तथा हिन्दी और अंग्रेज़ी दोनों में छपे हैं ।

परीक्षार्थी को कुल ***पाँच*** *प्रश्नों के उत्तर देने हैं ।*

प्रश्न संख्या ***1*** *और* ***5*** *अनिवार्य हैं तथा बाकी में से प्रत्येक खण्ड से कम-से-कम* ***एक*** *प्रश्न चुनकर किन्हीं* ***तीन*** *प्रश्नों के उत्तर दीजिए ।*

प्रत्येक प्रश्न/भाग के अंक उसके सामने दिए गए हैं ।

प्रश्नों के उत्तर उसी माध्यम में लिखे जाने चाहिए जिसका उल्लेख आपके प्रवेश-पत्र में किया गया है, और इस माध्यम का स्पष्ट उल्लेख प्रश्न-सह-उत्तर (क्यू.सी.ए.) पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अंकित निर्दिष्ट स्थान पर किया जाना चाहिए । उल्लिखित माध्यम के अतिरिक्त अन्य किसी माध्यम में लिखे गए उत्तर पर कोई अंक नहीं मिलेंगे ।

यदि आवश्यक हो, तो उपर्युक्त आँकड़ों का चयन कीजिए, तथा उनको निर्दिष्ट कीजिए ।

जब तक उल्लिखित न हो, संकेत तथा शब्दावली प्रचलित मानक अर्थों में प्रयुक्त हैं ।

प्रश्नों के उत्तरों की गणना क्रमानुसार की जाएगी । यदि काटा नहीं हो, तो प्रश्न के उत्तर की गणना की जाएगी चाहे वह उत्तर अंशतः दिया गया हो । प्रश्न-सह-उत्तर-पुस्तिका में खाली छोड़ा हुआ पृष्ठ या उसके अंश को स्पष्ट रूप से काटा जाना चाहिए ।

Question Paper Specific Instructions

Please read each of the following instructions carefully before attempting questions :

There are ***EIGHT*** *questions divided in* ***TWO SECTIONS*** *and printed both in* ***HINDI*** *and in* ***ENGLISH.***

Candidate has to attempt ***FIVE*** *questions in all.*

Questions no. ***1*** *and* ***5*** *are compulsory and out of the remaining,* ***THREE*** *are to be attempted choosing at least* ***ONE*** *from each section.*

The number of marks carried by a question / part is indicated against it.

Answers must be written in the medium authorized in the Admission Certificate which must be stated clearly on the cover of this Question-cum-Answer (QCA) Booklet in the space provided. No marks will be given for answers written in a medium other than the authorized one.

Assume suitable data, if considered necessary, and indicate the same clearly.

Unless and otherwise indicated, symbols and notations carry their usual standard meaning.

Attempts of questions shall be counted in chronological order. Unless struck off, attempt of a question shall be counted even if attempted partly. Any page or portion of the page left blank in the Question-cum-Answer Booklet must be clearly struck off.

खण्ड A

SECTION A

Q1. निम्नलिखित ***सभी*** के उत्तर दीजिए :

Answer ***all*** of the following : *10×5=50*

(a) त्रिज्या a के एक ठोस गोले के अंदर घनत्व $\rho = \frac{\rho_0 a}{r}$ के द्वारा प्रदत्त है, जहाँ ρ_0 पृष्ठ पर घनत्व है और r केंद्र से दूरी है । इस गोले के कारण, उसके केंद्र से 2a की दूरी पर, गुरुत्वाकर्षण क्षेत्र ज्ञात कीजिए ।

The density inside a solid sphere of radius a is given by $\rho = \frac{\rho_0 a}{r}$, where ρ_0 is the density at the surface and r denotes the distance from the centre. Find the gravitational field due to this sphere at a distance 2a from its centre. *10*

(b) यदि I' और I क्रमशः एक स्वेच्छ (आर्बिट्रेरी) मूल में से गुज़रते हुए एक अक्ष के इर्द-गिर्द, और संहति-केंद्र (सैंटर ऑफ मास) में से गुज़रते हुए एक समांतर अक्ष के इर्द-गिर्द एक पिंड के जड़त्व आघूर्ण हों, तो दर्शाइए कि $I' = MR^2 + I$, जहाँ $\vec{R}$ स्वेच्छ मूल के सापेक्ष संहति-केंद्र का स्थिति सदिश है और M पिंड का द्रव्यमान है ।

If I' and I be the Moments of Inertia of a body about an axis passing through an arbitrary origin and about a parallel axis through the centre of mass respectively, show that $I' = MR^2 + I$, where $\vec{R}$ is the position vector of the centre of mass with respect to the arbitrary origin and M is the mass of the body. *10*

(c) त्रिज्या R का एक गोला एक असंपीड्य, श्यानताहीन (नॉन-विस्कस) आदर्श तरल में वेग $\vec{u}$ के साथ गति करता है । गोले के पृष्ठ के ऊपर दाब के वितरण का परिकलन कीजिए । क्या आपके विचार में गोले को एकसमान गति में बनाए रखने के लिए एक बल की आवश्यकता है ?

A sphere of radius R moves with velocity $\vec{u}$ in an incompressible, non-viscous ideal fluid. Calculate the pressure distribution over the surface of the sphere. Do you think that a force is necessary to keep the sphere in uniform motion ? *10*

(d) आइन्स्टाइन के A-गुणांक का भौतिक महत्त्व क्या है ? समझाइए कि किस कारण से अवरक्त (इन्फ्रा-रेड) तरंगदैर्घ्य की अपेक्षा एक्स-रे तरंगदैर्घ्य पर लेसन क्रिया (लेसिंग ऐक्शन) प्राप्त करना अधिक कठिन है ।

What is the physical significance of Einstein's A-coefficient ? Explain why it is more difficult to achieve Lasing action at X-ray wavelength than at infra-red wavelength. *10*

(e) एक बहुविधा सोपानी सूचकांक प्रकाशिक तंतु के लिए, क्रोड अपवर्तनांक (रिफ्रैक्टिव इंडैक्स) 1·5 है और भिन्नात्मक (फ्रैक्शनल) सूचकांक अंतर 0·001 है । उस तंतु की 1 km लंबाई के लिए स्पंद विस्तृतिकरण (पल्स ब्रौडनिंग) का परिकलन कीजिए । तंतु की 2 km लंबाई पर अतिव्याप्ति के बिना संचरित किए जा सकने वाले न्यूनतम स्पंद पृथक्करण का परिकलन कीजिए ।

For a multimode step index optical fibre, the core refractive index is 1·5 and fractional index difference is 0·001. Calculate the pulse broadening for 1 km length of the fibre. Over a length of 2 km of the fibre, calculate the minimum pulse separation that can be transmitted without overlap. *10*

Q2. (a) विचारिए एक ऐसा दृढ़ पिंड जो कोणीय वेग $\vec{\omega}$ के साथ, पिंड में एक नियत बिन्दु में से गुज़रते हुए एक अक्ष के इर्द-गिर्द घूर्णन कर रहा हो । मुख्य अक्ष के निर्देश तंत्र (कोऑर्डिनेट सिस्टम) में इस प्रकार घूर्णन करते हुए पिंड की गतिज ऊर्जा का निर्धारण कीजिए । यदि पृथ्वी अचानक घूर्णन करना बंद कर दे, तो घूर्णन गतिज ऊर्जा का क्या होगा ? विस्तार से टिप्पणी कीजिए ।

Consider a rigid body rotating about an axis passing through a fixed point in the body with an angular velocity $\vec{\omega}$. Determine the kinetic energy of such a rotating body in a coordinate system of principal axis. If the Earth suddenly stops rotating, what will happen to the rotational kinetic energy ? Comment in detail. *25*

(b) एक पिंड एक नियत बिन्दु के इर्द-गिर्द उलटता है । दर्शाइए कि एक नियत बिन्दु के इर्द-गिर्द उसके कोणीय वेग सदिश और उसके कोणीय संवेग सदिश के बीच का कोण हमेशा न्यूनकोण होगा ।

A body turns about a fixed point. Show that the angle between its angular velocity vector and its angular momentum vector about a fixed point is always acute. *15*

(c) एक 3-स्तर लेज़र के कार्यकारी सिद्धांत को, विशिष्ट उदाहरण सहित समझाइए । टिप्पणी कीजिए कि किस कारण से तीसरे स्तर की ज़रूरत होती है ।

Explain the working principle of a 3-level laser with a specific example. Comment on why the third level is needed. *10*

Q3. (a) एक दर्पण x-दिशा में आपेक्षिकीय गति v के साथ एक निर्वात (वैक्यूम) के मध्य गति कर रहा है । ω_i आवृत्ति वाला एक प्रकाश किरणपुंज दर्पण पर अभिलंबतः आपतित है ($x = \infty$ से) ।

(i) परावर्तित प्रकाश (रिफ्लैक्टेड लाइट) की ω_i, c और v के रूप में व्यंजित आवृत्ति क्या है ?

(ii) प्रत्येक परावर्तित फ़ोटॉन की ऊर्जा क्या है ?

A mirror is moving through vacuum with a relativistic speed v in the x-direction. A beam of light with frequency ω_i is normally incident (from $x = \infty$) on the mirror.

(i) What is the frequency of the reflected light expressed in terms of ω_i, c and v ?

(ii) What is the energy of each reflected photon ? *25*

(b) प्रश्न 3(a) में, यदि आपतित किरणपुंज का औसत ऊर्जा फ्लक्स P_i (वाट/m^2) हो, तो परावर्तित किरणपुंज का औसत ऊर्जा फ्लक्स क्या होगा ?

In question 3(a), if the average energy flux of the incident beam is P_i (watts/m^2), what is the average energy flux of the reflected beam ? *15*

(c) एक इंजन में, पिस्टन में 10 cm आयाम के साथ, ऊर्ध्वाधर SHM होता है । पिस्टन के शिखर पर एक वाशर लगा है । जैसे-जैसे मोटर को धीमे-धीमे तेज़ किया जाता है, वैसे-वैसे किस आवृत्ति पर वाशर पिस्टन के संपर्क में नहीं रहेगा ?

In a certain engine, a piston undergoes vertical SHM with an amplitude of 10 cm. A washer rests on the top of the piston. As the motor is slowly speeded up, at what frequency will the washer no longer stay in contact with the piston ? *10*

Q4. (a) कूलंब क्षेत्र के द्वारा आवेशित कण के प्रकीर्णन (स्कैटरिंग) की समस्या पर चर्चा कीजिए । अतएव, रदरफोर्ड प्रकीर्णन परिच्छेद के लिए एक व्यंजक प्राप्त कीजिए । उपर्युक्त व्यंजक का क्या महत्त्व है ?

Discuss the problem of scattering of charged particle by a coulomb field. Hence, obtain an expression for Rutherford scattering cross-section. What is the importance of the above expression ? *25*

(b) एक आवेशित कण एक बिन्दु नाभिक (न्यूक्लिअस) के प्रभाव के अधीन गति कर रहा है। दर्शाइए कि कण की कक्षा (ऑर्बिट) एक दीर्घवृत्त होगी। गति के अवधि-काल (टाइम पीरियड) को ज्ञात कीजिए।

A charged particle is moving under the influence of a point nucleus. Show that the orbit of the particle is an ellipse. Find out the time period of the motion. *15*

(c) एक समतल पारगमन विवर्तन ग्रेटिंग (ट्रांसमिशन डिफ्रैक्शन ग्रेटिंग) पर विचार करते हुए, जहाँ d दो क्रमागत रेखांकित लाइनों के बीच की दूरी हो, m कोटि संख्या और θ अभिलंब आपतन के लिए विवर्तन कोण हो, तरंगदैर्घ्य λ के एक आपतित प्रकाश के लिए कोणीय वर्ण-विक्षेपण $\frac{d\theta}{d\lambda}$ का परिकलन कीजिए।

Considering a plane transmission diffraction grating, where d is the distance between two consecutive ruled lines, m as the order number and θ as the angle of diffraction for normal incidence, calculate the angular dispersion $\frac{d\theta}{d\lambda}$ for an incident light of wavelength λ. *10*

खण्ड B

SECTION B

Q5. निम्नलिखित ***सभी*** के उत्तर दीजिए :

Answer ***all*** of the following : *10×5=50*

(a) एक यंग द्वि-स्लिट प्रयोग में, प्रथम दीप्त अधिकतम, $y = 2$ cm के द्वारा केंद्रीय अधिकतम से विस्थापित होता है । यदि स्लिटों के बीच अंतराल और स्क्रीन से दूरी क्रमशः 0·1 mm और 1 m हों, तो प्रकाश का तरंगदैर्घ्य ज्ञात कीजिए ।

In a Young double slit experiment, the first bright maximum is displaced by $y = 2$ cm from the central maximum. If the spacing between slits and distance from the screen are 0·1 mm and 1 m respectively, find the wavelength of light. *10*

(b) ऐन्थैल्पी की परिभाषा दीजिए और दर्शाइए कि वह उपरोधी प्रक्रम (थ्रौटलिंग प्रौसेस) में अपरिवर्तित रहती है ।

Define Enthalpy and show that it remains constant in a throttling process. *10*

(c) होलोग्राफी किस प्रकार पारंपरिक फोटोग्राफी से भिन्न होती है ? होलोग्राम के विरचन और पठन के लिए क्या-क्या आवश्यकताएँ हैं ?

How does holography differ from conventional photography ? What are the requirements for the formation and reading of a hologram ? *10*

(d) विकिरण नियमों को व्युत्पन्न करने में, हम साम्यावस्था में फ़ोटॉन गैस से भरे हुए आयतन V के एक घनीय पात्र पर विचार करते हैं । आवृत्ति ω की अनुमत नॉर्मल विधाओं की विभेदी संख्या का परिकलन कीजिए ।

In deriving radiation laws, we consider a cubical container of volume V containing a photon gas in equilibrium. Calculate the differential number of allowed normal modes of frequency ω. *10*

(e) मैक्सवेल के समीकरण से शुरू करते हुए, मुक्त आकाश में विद्युत्-क्षेत्र $\vec{E}$ के लिए तरंग समीकरण और विद्युत्-क्षेत्र $\vec{E} = E_z(x, y, z)\,\hat{z}$ के लिए उपयुक्त तरंग समीकरण प्राप्त कीजिए ।

Starting from Maxwell's equation, obtain the wave equation for the electric field $\vec{E}$ in free space and appropriate wave equation for the electric field $\vec{E} = E_z(x, y, z)\,\hat{z}$. *10*

Q6. (a) दर्शाइए कि समूह वेग (ग्रुप विलौसिटी) कण वेग के बराबर होता है । साथ ही यह भी सिद्ध कीजिए कि फ़ोटॉनों का समूह वेग c, प्रकाश के वेग, के बराबर होता है ।

Show that the group velocity is equal to particle velocity. Also prove that the group velocity of the photons is equal to c, the velocity of light. *15*

(b) आरंभिक विद्युत् प्रवाह (करेंट) दशाओं $I = I_0$ और $t = 0$ पर $\frac{dI}{dt} = 0$ के लिए, दर्शाइए कि किसी LCR परिपथ के लिए क्रांतिक अवमंदन मामले में काल आधारित विद्युत् प्रवाह (करेंट) निम्नलिखित के द्वारा प्रदत्त है :

$$I = I_0 \left(1 + \frac{\gamma t}{2}\right) e^{-\gamma t/2}$$

जहाँ $\gamma = \frac{R}{L}$, $\omega_o^2 = \frac{1}{LC}$, $\omega = \sqrt{\omega_o^2 - \frac{\gamma^2}{4}}$ और $\tan \delta = \frac{-\gamma}{2\omega}$.

For initial current conditions $I = I_0$ and $\frac{dI}{dt} = 0$ at $t = 0$, show that the time dependent current in the critical damping case for an LCR circuit is given by

$$I = I_0 \left(1 + \frac{\gamma t}{2}\right) e^{-\gamma t/2}$$

where $\gamma = \frac{R}{L}$, $\omega_o^2 = \frac{1}{LC}$, $\omega = \sqrt{\omega_o^2 - \frac{\gamma^2}{4}}$ and $\tan \delta = \frac{-\gamma}{2\omega}$. *20*

(c) ऐम्पीयर के नियम और सांतत्य समीकरण का इस्तेमाल करते हुए, दर्शाइए कि कुल विद्युत् प्रवाह (करेंट) घनत्व का अपसरण शून्य होता है ।

Using Ampere's Law and continuity equation, show that the divergence of the total current density is zero. *15*

Q7. (a) स्टेफ़ॉन-बोल्ट्ज़मान नियम का कथन कीजिए और उसको स्पष्ट कीजिए । दर्शाइए कि $\log P = \log K + 4 \log R$, जहाँ P कृष्णिका (ब्लैक बॉडी) के द्वारा उत्सर्जित शक्ति है और R कृष्णिका का प्रतिरोध है, K नियतांक है ।

State and explain Stefan-Boltzmann Law. Show that $\log P = \log K + 4 \log R$, where P is the power emitted by black body and R is the resistance of the black body, K is a constant. *10*

(b) 20°C पर पानी के एक किलोग्राम (kg) को नियत दाब पर –10°C पर बर्फ में बदला जाता है । पानी की ऊष्मा धारिता (हीट केपैसिटी) 4,200 J/kg.K है और बर्फ की ऊष्मा धारिता 2,100 J/kg.K है । 0°C पर बर्फ के संलयन (फ़्यूज़न) की ऊष्मा 335×10^3 J/kg है । तंत्र की ऐंट्रॉपी में पूर्ण परिवर्तन का परिकलन कीजिए ।

One kg of water at 20°C is converted into ice at –10°C at constant pressure. Heat capacity of water is 4,200 J/kg.K and that of ice is 2,100 J/kg.K. Heat of fusion of ice at 0°C is 335×10^3 J/kg. Calculate the total change in entropy of the system. 15

(c) जब सीरीज़ में योजित हों, तब L_1, C_1 की वही अनुनादी आवृत्ति है, जो सीरीज़ में योजित L_2, C_2 की है । सिद्ध कीजिए कि यदि इन सभी परिपथ अवयवों को सीरीज़ में योजित कर दिया जाए, तो नए परिपथ की भी वही अनुनादी आवृत्ति होगी जो पहले उल्लिखित परिपथों में से किसी की भी थी ।

When connected in series, L_1, C_1 have the same resonant frequency as L_2, C_2 also connected in series. Prove that if all these circuit elements are connected in series, the new circuit will have the same resonant frequency as either of the circuits first mentioned. 15

(d) दर्शाइए कि एक परावैद्युत (डाईइलैक्ट्रिक) माध्यम में z-दिशा के साथ संचरण कर रही एक समतल विद्युत्-चुंबकीय तरंग के कारण ऊर्जा प्रवाह निम्नलिखित के द्वारा प्रदत्त है :

$$\hat{z}\,\frac{k}{\omega\mu}\,E_0^2\cos^2(kz-\omega t),$$

जहाँ k और ω संचरण सदिश और कोणीय आवृत्ति हैं, E_0 विद्युत्-क्षेत्र आयाम है, μ माध्यम की आपेक्षिक पारगम्यता (परमीएबिलिटी) है ।

Show that the energy flow due to a plane electromagnetic wave propagating along z-direction in a dielectric medium is given by

$$\hat{z}\,\frac{k}{\omega\mu}\,E_0^2\cos^2(kz-\omega t),$$

where k and ω are the propagation vector and angular frequency, E_0 is electric field amplitude, μ is the relative permeability of the medium. 10

Q8. (a) विचारिए स्वतंत्रता की f कोटि वाले मुक्त गैस कणों का एक तंत्र । निम्नलिखित सम्बन्ध स्थापित करने के लिए समविभाजन प्रमेय का इस्तेमाल कीजिए :

$$f = \frac{2}{\left(\frac{C_p}{C_V} - 1\right)},$$

जहाँ C_p और C_V क्रमशः अचर दाब और अचर आयतन पर मोलीय विशिष्ट ऊष्माएँ हैं । $\frac{C_p}{C_V}$ के द्विपरमाणुक और त्रिपरमाणुक गैसों के लिए मान प्राप्त कीजिए ।

Consider a system of free gas particles having f degrees of freedom. Use equipartition theorem to establish the relation

$$f = \frac{2}{\left(\frac{C_p}{C_V} - 1\right)},$$

where C_p and C_V are molar specific heats at constant pressure and constant volume respectively. Obtain the values of $\frac{C_p}{C_V}$ for diatomic and triatomic gases. *15*

(b) दर्शाइए कि ऊर्जा E पर फर्मी-डिरैक और बोस-आइन्स्टाइन दोनों वितरण फलन निम्नलिखित के द्वारा प्रदत्त हैं :

$$f(E) \simeq \exp[(\mu - E) / k_B T],$$

जहाँ f(E) इकाई से बहुत छोटा है, μ और $k_B T$ परमाणु के रासायनिक विभव और ऊष्मीय ऊर्जा हैं ।

Show that both Fermi-Dirac and Bose-Einstein distribution functions at an energy E are given by :

$$f(E) \simeq \exp[(\mu - E) / k_B T],$$

where f(E) is much smaller than unity, μ and $k_B T$ are the chemical potential and thermal energy of the atom. *10*

(c) मैक्सवेल के चार ऊष्मागतिक सम्बन्ध स्पष्ट कीजिए । उसी का इस्तेमाल करते हुए, क्लॉसियस-क्लैपेरॉन समीकरण

$$\frac{dP}{dT} = \frac{L}{T(V_2 - V_1)}$$

प्राप्त कीजिए ।

Explain the four thermodynamic relations of Maxwell. Using the same, obtain the Clausius-Clapeyron equation 15

$$\frac{dP}{dT} = \frac{L}{T(V_2 - V_1)}.$$

(d) मैक्सवेल-बोल्ट्ज़मान वितरण नियम का इस्तेमाल करते हुए सिद्ध कीजिए कि कोई भी ऋणात्मक परम ताप नहीं हो सकता है ।

Using Maxwell-Boltzmann distribution law prove that there cannot be any negative absolute temperature. 10